NGUYỄN THƯƠNG NGÔ

lý thuyết điều khiển tự động hiện đại

ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU
ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI





NHÀ XUẤT BẢN
KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

Pgs. Pts. NGUYỄN THƯƠNG NGÔ

LÝ THUYẾT
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG HIỆN ĐẠI

- ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU
- ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI

Giáo trình cho các trường đại học

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI - 1999

Chịu trách nhiệm xuất bản: Pgs. Pts. TÔ ĐĂNG HẢI
Biên tập: NGUYỄN ĐĂNG, PHẠM VĂN
Chế bản : VĂN CẦM
Vẽ bìa : HƯƠNG LAN

Mã số: $\frac{6.6T65}{KHKT - 99}$ 889 - 2 - 99

In 1000 cuốn khổ 16x24 cm tại Công ty in Hàng không
Giấy phép xuất bản số : 889 - 2 - 16/9/99
In xong và nộp lưu chiểu tháng 10/99

LỜI TỰA

Chúng ta đang bước vào thời kỳ công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước. Tự động hóa đóng một vai trò quan trọng trong nhiệm vụ trọng đại này.

Để việc chọn lựa và ứng dụng kỹ thuật mới có hiệu quả, đòi hỏi phải nắm được những nguyên lý cơ bản. Công cụ để thực hiện có thể ngày càng hoàn thiện hơn nhưng nguyên lý cơ bản vẫn không thay đổi.

Cho đến nay tài liệu bằng tiếng Việt về điều khiển tối ưu và thích nghi còn quá ít. Do đó tác giả viết tập sách này nhằm phục vụ sinh viên và nghiên cứu sinh trong nhà trường cũng như các kỹ sư, cán bộ kỹ thuật ở các cơ sở sản xuất trong lĩnh vực điều khiển tự động. Sách gồm ba phần như sau:

Phần một đề cập đến các phương pháp thông dụng và giản đơn để xác định thông số tối ưu của các cơ cấu điều khiển nói chung hay các bộ điều chỉnh nói riêng - vấn đề cơ bản và thường gặp của các hệ điều khiển và điều chỉnh.

Phần hai đề cập đến vấn đề điều khiển tối ưu, chủ yếu là các phương pháp đã được áp dụng phổ biến ở các hệ điều khiển trong điều kiện cụ thể. Đó là phương pháp quy hoạch động của Bellman, nguyên lý cực đại của Pontryagin, ứng dụng của phương trình Ricatti trong việc tổng hợp các hệ điều khiển và điều chỉnh.

Trong hai phần này có nêu khá nhiều ví dụ, có khi cùng một ví dụ, cách giải bài toán được dùng các phương pháp khác nhau nhằm mục đích củng cố kiến thức và rút ra mối liên hệ giữa chúng.

Phần ba đề cập tới điều khiển thích nghi, vấn đề tương đối phong phú, đa dạng và thường gặp khó khăn trong việc hệ thống hóa. Vì vậy ở đây chỉ đi sâu vào một số ví dụ điển hình và nêu lên các phương pháp chính để từ đó nghiên cứu các hệ khác nhau. Phương pháp tổng quát hóa các hệ thích nghi theo một quan điểm thống nhất có ý nghĩa lớn đối với yêu cầu tối ưu hóa trong điều kiện lượng thông tin ban đầu là ít nhất. Tốc độ ứng dụng phương pháp điều khiển thích nghi ngày càng lớn, mang lại hiệu quả kinh tế kỹ thuật ngày càng cao.

Tác giả cảm ơn các bạn đồng nghiệp, các cán bộ thuộc Nhà xuất bản khoa học và kỹ thuật đã giúp đỡ thiết thực để hoàn thành được tập sách này.

Tác giả

MỤC LỤC

Lời tựa 3
Đặt vấn đề 9

PHẦN I. CHẤT LƯỢNG TỐI ƯU THƯỜNG GẶP

I.1. Chất lượng của hệ điều chỉnh tự động 11
I.1.1. Chất lượng tĩnh 11
I.1.2. Chất lượng động 13
I.1.3. Chất lượng hỗn hợp 14

I.2. Chọn thông số tối ưu của cơ cấu điều khiển 14
I.2.1. Phương pháp đa thức đặc trưng có hệ số suy giảm thay đổi được 15
I.2.1.1. Đặc điểm của đa thức đặc trưng có hệ số suy giảm thay đổi 17
I.2.1.2. Ảnh hưởng của tử số hàm truyền 19
I.2.1.3. Ví dụ ứng dụng 19
I.2.2. Phương pháp bù hằng số thời gian trội 21
I.2.2.1. Khái niệm chung 21
I.2.2.2. Tiêu chuẩn "phẳng" 21
I.2.2.3. Hàm quá độ đối với tín hiệu đặt 25
I.2.2.4. Hàm quá độ đối với nhiễu 25
I.2.2.5. Điều chỉnh hệ có hàng trạng tích phân 26
I.2.2.6. Tiêu chuẩn "đối xứng" 27
I.2.2.7. Hàm quá độ đối với tín hiệu đặt 30
I.2.2.8. Hàm quá độ đối với tác động của nhiễu 31
I.2.2.9. Ví dụ ứng dụng 32
I.2.3. Bộ điều chỉnh trạng thái 39
I.2.3.1. Mô tả trạng thái của hệ điều khiển 39
I.2.3.2. Bộ điều chỉnh cổ điển và bộ điều chỉnh trạng thái 40
I.2.3.3. Chọn thông số của bộ điều chỉnh trạng thái 43
I.2.3.4. Ví dụ ứng dụng 51
I.2.4. Bộ điều chỉnh làm việc ở chế độ trượt 55
I.2.4.1. Chế độ trượt trong hệ rơle 55
I.2.4.2. Điều chỉnh theo chế độ trượt 58
I.2.5. Xác định thông số của bộ điều chỉnh theo phương pháp quy hoạch thực nghiệm 60
I.2.5.1. Khái niệm chung 60

I.2.5.2. Xác định thông số tối ưu của bộ điều chỉnh 63
I.2.5.3. Ví dụ ứng dụng 64

I.3. Tối ưu hóa theo bình phương cực tiểu đối với hệ tùy động tuyến tính 66
I.3.1. Khái niệm 66
I.3.2. Xác định thông số tối ưu khi có trước cấu trúc của cơ cấu điều khiển 66
I.3.2.1. Trường hợp không có điều kiện hạn chế 66
I.3.2.2. Trường hợp có điều kiện hạn chế 70

PHẦN II. ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

II.1. Đặc điểm chung của các bài toán tối ưu 74
II.1.1. Khái niệm 74
II.1.2. Hình thành bài toán tối ưu 74
II.1.3. Ví dụ hình thành bài toán điều khiển tối ưu 76
II.1.3.1. Điều khiển động cơ một chiều 77
II.1.3.2. Tối ưu tác động nhanh 77
II.1.3.3. Năng suất tối ưu 78
II.1.3.4. Tiết kiệm năng lượng tối ưu 79
II.1.3.5. Tối ưu tác động nhanh đối với hai mục tiêu di động 79
II.1.3.6. Tối ưu tác động nhanh với đối tượng ì 81
II.1.3.7. Thiết kế bằng phương pháp giải tích các bộ điều chỉnh 82
II.1.4. Ví dụ tổng hợp bài toán tối ưu tác động nhanh 83
II.1.5. Điều khiển gần tối ưu 85
II.1.5.1. Đơn giản hóa mô hình đối tượng điều khiển 86
II.1.5.2. Đơn giản hóa luật điều khiển 87

II.2. Các phương pháp điều khiển tối ưu 89
II.2.1. Phương trình Euler 89
II.2.1.1. Trường hợp không có điều kiện phụ 89
II.2.1.2. Trường hợp có điều kiện phụ 91
II.2.1.3. Ví dụ ứng dụng 92
II.2.1.3. Phương trình Euler với điều khiển có hạn chế 95
II.2.2. Phương pháp quy hoạch động 99
II.2.2.1. Ví dụ về bài toán cổ điển chọn đường II tối ưu 99
II.2.2.2. Nguyên lý tối ưu của Bellman 100
II.2.2.3. Phương trình Bellman 100
II.2.3. Dạng liên tục của nguyên lý tối ưu 107

II.2.3.1. Phương trình Hamilton-Jacobi 107
II.2.3.2. Ví dụ ứng dụng 109
II.2.3.3. Phương trình Hamilton-Pontryagin 111
II.2.3.4. Xác định luật điều khiển hệ kín 113
II.2.3.5. Định lý về n khoảng 119
II.2.3.6. Dạng tổng quát với chỉ tiêu chất lượng bình phương 125
II.2.4. Điều khiển tối ưu các hệ tuyến tính với chỉ tiêu dạng bình phương 128
II.2.4.1. Phương trình Ricatti 128
II.2.4.2. Phương pháp giải phương trình Ricatti 131

PHẦN III. ĐIỀU KHIỂN THÍCH NGHI

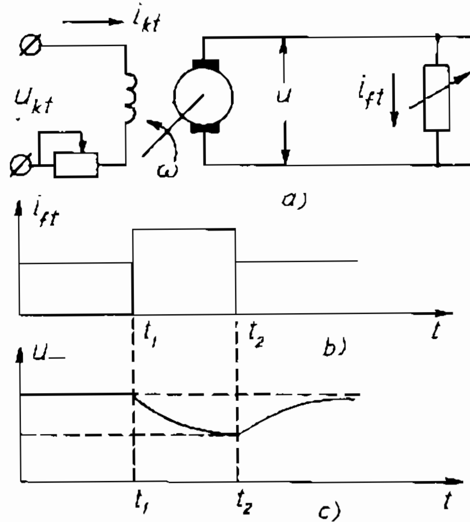
III.1. Khái niệm chung **136**
III.1.1. Ví dụ về một hệ tùy động thông thường 136
III.1.2. Ứng dụng phần tử thích nghi tối giản 138
III.1.3. Định nghĩa và phân loại các hệ thích nghi 139
III.2. Hệ cực trị **141**
III.2.1. Đối tượng có đặc tính cực trị 141
III.1.2. Hệ cực trị xây dựng theo phương pháp tách sóng đồng bộ 144
III.1.3. Các phương pháp xác định gradiên và chuyển động đến cực trị 149
III.2.3.1. Các phương pháp xác định gradiên của hàm mục tiêu 149
III.2.3.2. Các phương pháp chuyển động đến cực trị 150
III.2.3.3. Các phương pháp thực hiện đồng thời hai quá trình 152
III.2.3.4. Phương pháp tìm khi có nhiều cực trị 155
III.2.4. Động học hệ cực trị 156
III.2.4.1. Phương pháp khảo sát động học hệ cực trị 156
III.2.4.2. Ví dụ khảo sát hệ cực trị 157
III.2.5. Một vài ứng dụng hệ cực trị 166
III.2.5.1. Hệ cực trị điều khiển rada 166
III.2.5.2. Hệ cực trị duy trì nhiệt độ cực đại 168
III.2.5.3. Hệ cực trị duy trì năng suất cực đại của lò chưng cất nước ngọt 169
III.3. Hệ giải tích **170**
III.3.1. Hệ giải tích xây dựng theo phương pháp toán tử phụ 172

III.3.1.1. Trường hợp đối tượng xác định 172
III.3.1.2. Trường hợp đối tượng chưa xác định 175
III.3.1.3. Ví dụ 176
III.3.2. Hệ giải tích xây dựng theo phương pháp Lyapunov trực tiếp 177
III.4. Phương pháp tổng quát để khảo sát các hệ thích nghi 180
III.4.1. Angôrít thích nghi 180
III.4.2. Điều kiện hội tụ của angôrít thích nghi 193
III.4.3. Ứng dụng phương pháp tổng quát để khảo sát một số bài toán khác nhau thường gặp 198
III.4.3.1. Hệ học có chỉ dẫn 198
III.4.3.2. Hệ tự học 203
III.4.3.3. Bài toán nhận dạng 207
III.4.3.4. Bài toán lọc 213
III.4.3.5. Ví dụ về một hệ anten thích nghi 218
III.4.3.6. Gián đoạn hóa tối ưu 221
III.4.3.7. Hệ cố vấn 225
III.4.3.8. Bài toán quy hoạch hóa kho tàng tối ưu 229
Kết luận 234
Phụ lục 235
Tài liệu tham khảo 236

ĐẶT VẤN ĐỀ

Để làm rõ mục tiêu cũng như thống nhất từ đầu những khái niệm, định nghĩa, cách mô tả v.v... ta lấy ví dụ về điều khiển điện áp của máy phát như ở h. 1-1.

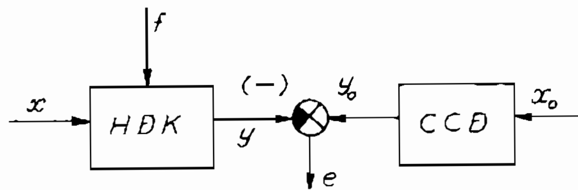
Điện áp u phụ thuộc dòng điện kích từ i_{kt} và phụ tải (thể hiện bằng i_{ft}). Nếu kích từ và phụ tải không đổi, tốc độ quay của máy phát ω không đổi thì điện áp máy phát không đổi. Khi thay đổi phụ tải, muốn giữ cho điện áp máy phát như cũ hoặc thay đổi trong phạm vi nhỏ với phụ tải khác nhau, cần thay đổi dòng kích từ: tăng dòng kích từ khi điện áp máy phát giảm và giảm dòng kích từ khi điện áp máy phát tăng.



Hình 1-1.

Thay đổi dòng kích từ có thể được thực hiện bằng cách thay đổi vị trí con trượt (thay đổi thông số điện trở mạch kích từ) hay thay đổi điện áp kích từ (thay đổi tín hiệu điều khiển mạch kích từ). Cơ cấu điều khiển hay cơ cấu điều chỉnh sẽ thực hiện chức năng trên.

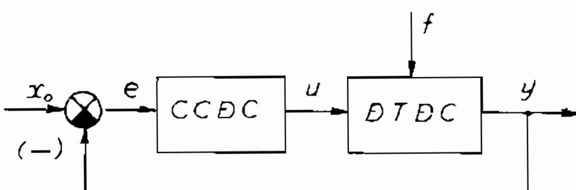
Sơ đồ tổng quát một hệ điều khiển như ở hình 1-2. Hệ điều khiển (HĐK) có thể hở hay kín, ở đó y - tín hiệu được điều khiển (trong ví dụ trên là điện áp u), x - tín hiệu điều khiển. Trong trường hợp điều chỉnh điện áp ở ví dụ trên (h.1-1), HĐK là hệ kín, ngoài đối tượng điều khiển là máy phát còn có bộ điều chỉnh sẽ đề cập ở các phần sau y_0 - tín hiệu mong muốn, $e = y_0 - y$ - tín hiệu sai lệch. Trong hệ điều chỉnh, y_0 là không đổi hay



Hình 1-2.

biến đổi theo một quy luật định trước do cơ cấu đặt (CCĐ) xác định. Như khi cần thay đổi nhiệt độ lò theo một quy luật nào đó ở quá trình nung, sấy trong hệ điều chỉnh nhiệt độ thì y_0 là đầu ra của một cơ cấu đặt chương trình. Ở các hệ điều khiển nói chung, CCĐ là một bộ lọc có tín hiệu ra vượt trước, chậm sau hay theo một quy luật nào đó.

Cơ cấu điều chỉnh ở các hệ điều chỉnh là cơ cấu hiệu chỉnh cùng với các khuếch đại, bộ điều chỉnh hay tổ hợp của chúng cũng như máy tính cùng các thiết bị chuyển đổi tương tự - số (AD) số - tương tự (DA). Công cụ để thực hiện có thể khác nhau về bản chất vật lý. Công nghệ càng phát triển, công cụ càng tinh xảo nhưng nguyên lý hoạt động của hệ thống vẫn không thay đổi. Trên h 1-3 là sơ đồ khối một hệ điều chỉnh hay hệ tùy động thường gặp trong thực tế



Hình 1-3.

Trong trường hợp chung, đối tượng điều khiển (hay điều chỉnh) là một tổ hợp các đối tượng cùng hay khác nhau về bản chất vật lý và các tín hiệu u, f, y v v... là các véctơ (ở hệ thống lớn).

Một hệ điều khiển làm việc tốt là hệ luôn ở trạng thái tối ưu theo một nghĩa nào đó. Trạng thái tối ưu có đạt được hay không tùy thuộc vào yêu cầu chất lượng đặt ra, tùy thuộc vào sự hiểu biết về đối tượng và các tác động đối với đối tượng, tùy thuộc vào điều kiện làm việc của hệ điều khiển

Chất lượng của một hệ có thể được đánh giá theo sai lệch của đại lượng được điều khiển y so với trị số mong muốn y_0, lượng quá điều chỉnh (trị số cực đại y_{max} so với trị số xác lập $y(\infty)$ tính theo phần trăm ở thời kỳ quá độ) thời gian quá độ v.v... hay theo một chỉ tiêu hỗn hợp trong điều kiện làm việc nhất định như hạn chế về công suất, về tốc độ, gia tốc v.v. . Do đó việc chọn một luật điều khiển và cơ cấu điều khiển để đạt được chế độ làm việc tối ưu còn tùy thuộc vào lượng thông tin ban đầu mà ta có được.

Cuốn sách này sẽ đề cập đến vấn đề điều khiển tối ưu theo mức độ có được về lượng thông tin ban đầu cần thiết.

Phần I

Chất lượng tối ưu thường gặp

Trước khi nghiên cứu các phương pháp hiện đại để tối ưu hóa các hệ điều khiển, các quá trình, cần nhắc đến các phương pháp thường dùng trong thực tế để tính toán các hệ điều chỉnh, các hệ tùy động thường gặp. Mục tiêu là xác định các thông số tối ưu của các bộ điều chỉnh.

Tính toán được thực hiện chủ yếu cho các hệ tuyến tính.

I.1 CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Trong ví dụ đầu tiên, đối tượng là một máy phát một chiều, khi có nhiễu tác động, điện áp máy phát sẽ giảm như ở h.1-1. Nhiệm vụ của bộ điều chỉnh là làm sao để điện áp u trở lại trị số mong muốn ban đầu sau một thời gian quá độ. Thực tế là điện áp cuối cùng đạt được tùy thuộc vào bộ điều chỉnh đã chọn, sau khi đã ổn định ở trạng thái xác lập sẽ có một sai số nào đó so với trị số mong muốn. Đó là chất lượng tĩnh được đánh giá bằng sai số tĩnh.

Trong quá trình quá độ, chất lượng cũng được đánh giá bởi thời khoảng diễn ra quá trình quá đó là dài hay ngắn, lượng quá điều chỉnh có nằm trong phạm vi cho phép không v.v... Tùy thuộc vào hệ cụ thể mà yêu cầu về chất lượng được đánh giá cụ thể.

I.1.1 CHẤT LƯỢNG TĨNH

Ở hệ điều chỉnh, chất lượng tĩnh được đánh giá theo sai lệch tĩnh:

$$s = \lim_{t \to \infty} e(t) = e(\infty)$$

Trong trường hợp chung, nếu cơ cấu điều khiển và đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt tương ứng với:

$$W(p) = W_{dk}(p)\, W_{dt}(p)$$

thì theo định lý tới hạn, sai lệch tĩnh được xác định bởi:

$$s = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{p \to 0} p\,E(p) \qquad (1\text{-}1)$$

và theo sơ đồ khối ở h.1-3

$$E(p) = \frac{1}{1 + W_{dk}(p)\, W_{dt}(p)} X(p) \qquad (1\text{-}2)$$

Như vậy, theo (1-1) và (1-2) sai lệch tĩnh phụ thuộc vào cấu trúc và thông số của hệ thống cũng như tín hiệu vào. Ở các hệ điều chỉnh, khi tín hiệu vào có dạng bậc thang đơn vị (đại lượng tương đối) $x(t) = 1(t)$; $x(t) \div X(p) = \frac{1}{p}$. thì:

$$s = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + W(p)} \qquad (1\text{-}3)$$

Ví dụ 1.

Khi hệ thống là một khâu quán tính giản đơn thì:

$$s = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{Tp + 1}} = \lim_{p \to 0} \frac{Tp + 1}{Tp + 1 + K} = \frac{1}{1 + K} \qquad (1\text{-}4)$$

Sai lệch tĩnh tỷ lệ ngược với hệ số khuếch đại K: muốn giảm sai lệch tĩnh cần tăng hệ số khuếch đại của hệ thống .

Ví dụ 2.

Khi hệ thống, ngoài quán tính còn có một khâu tích phân, như ở các bộ điều chỉnh tích phân (I) chẳng hạn thì:

$$s = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{p(Tp + 1)}} = \lim_{p \to 0} \frac{p(Tp + 1)}{p(Tp + 1) + K} = 0 \qquad (1\text{-}5)$$

Sai lệch tĩnh không tồn tại và hệ nói trên là *vô sai tĩnh.*

Ví dụ 3.

Với hệ có một khâu quán tính và khâu tích phân như ở ví dụ 2, nếu tín hiệu vào biến đổi tuyến tính theo thời gian ($x = t$; $x(p) = \frac{1}{p^2}$) thì sai lệch tĩnh sẽ là:

$$s = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{p(T_p + 1)}} \frac{1}{p^2} = \lim_{p \to 0} \frac{p(Tp + 1)}{p(Tp + 1) + K} \frac{1}{p} = \frac{1}{K} \qquad (1\text{-}6)$$

Hệ trên không còn là vô sai tĩnh mà sai lệch tĩnh vẫn tồn tại và tỷ lệ ngược với hệ số khuếch đại.

Như vậy nếu biết cấu trúc và thông số của hệ cũng như dạng tín hiệu vào, ta tính được sai lệch tĩnh của hệ điều khiển so với trị số mong muốn ở trạng thái xác lập.

1.1.2 CHẤT LƯỢNG ĐỘNG

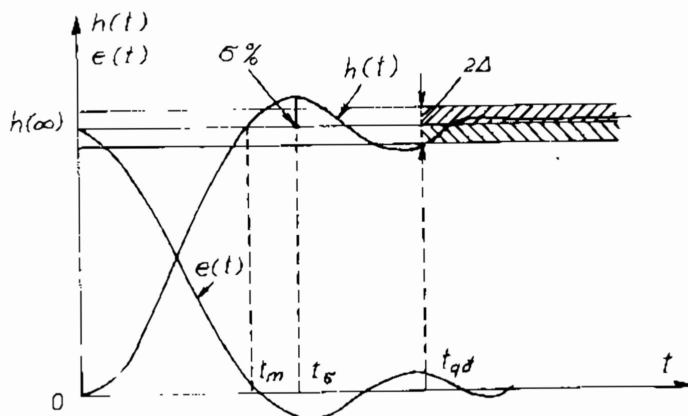
Chất lượng động có thể đánh giá bằng tính toán hay bằng phương pháp đồ thị nhưng chỉ gần đúng hoặc mất nhiều thời gian. Nếu biết cấu trúc và thông số của hệ, phương pháp mô hình hóa trên máy tính vừa nhanh chóng, vừa đủ chính xác. Bằng thực nghiệm trên hệ thực, việc đánh giá trực tiếp chất lượng động càng thuận lợi.

Trên h 1-4 là hàm quá độ h(t) (đáp ứng của hệ khi tín hiệu vào là bậc thang đơn vị (x(t) = 1(t)) với các chỉ tiêu chất lượng động sau:

- Lượng quá điều chỉnh

$$\sigma\% = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)} 100$$

- Thời gian quá độ $t_{qđ}$ là thời gian được tính từ lúc hàm quá độ được xem là không lớn hơn miền sai số ±5% h(∞).



Hình 1-4.

Độ tác động nhanh của hệ được đánh giá bằng t_m - thời gian đáp ứng, thời điểm mà hàm quá độ đạt được trị số h(∞) lần đầu tiên.

t_σ là thời điểm mà hàm quá độ có trị số cực đại h_{max}

- n là số lần dao động quanh trị số xác lập h(∞) trước khi "kết thúc" quá trình quá độ.

I.1.3. CHẤT LƯỢNG HỖN HỢP

Ở một mức độ nào đó, chất lượng động và tĩnh có thể được đánh giá theo chỉ tiêu hỗn hợp. Phương pháp đánh giá này rất thuận lợi trong tính toán và thực nghiệm để phân tích và tổng hợp các hệ tối ưu.

Nếu lượng ra h(t) (và cùng với nó sai lệch e(t)) không dao động quanh trị số xác lập h(∞), dùng tiêu chuẩn tích phân dạng:

$$J_0 = \int_0^\infty e(t)dt \qquad (1\text{-}7)$$

Khi có dao động, tiêu chuẩn trên không dùng được (vì những diện tích hợp thành bởi e(t) và trục hoành t có dấu khác nhau và có thể bù nhau), có thể dùng tiêu chuẩn tích phân dạng:

$$J_1 = \int_0^\infty |e(t)| \, dt \qquad (1\text{-}8)$$

hay

$$J_2 = \int_0^\infty e^2(t) \, dt \qquad (1\text{-}9)$$

Tiêu chuẩn (1-9) khác (1-8) ở chỗ tiêu chuẩn (1-9) xem nhẹ những diện tích bé nhưng thuận lợi hơn trong tính toán.

Trong một số trường hợp người ta còn dung các tiêu chuẩn khác như:

$$J_3 = \int_0^\infty t \, |e(t)| \, dt \qquad (1\text{-}10)$$

hay

$$J_4 = \int_0^\infty [e^2(t) + \alpha \frac{de}{dt}] \, dt \qquad (1\text{-}11)$$

α là trọng số để đánh giá mức độ quan trọng của tốc độ biến đổi của sai lệch (cũng như của lương ra) so với bình phương của sai lệch.

Tùy thuộc vào mục đích cụ thể mà chọn tiêu chuẩn này hay tiêu chuẩn khác. Hệ số chất lượng tối ưu được đánh giá bằng cực tiểu của các phiếm hàm (khác với khái niệm về hàm - biến số là trị số; phiếm hàm - biến là một hàm) đã chọn. Chúng có thể xác định bằng thực nghiệm hay tính toán trong một thời gian hữu hạn.

I.2. CHON THÔNG SỐ TỐI ƯU CỦA CƠ CẤU ĐIỀU KHIỂN

Việc chọn cấu trúc và thông số tối ưu của bộ điều chỉnh nói riêng hay cơ

cấu điều khiển (CCĐK) nói chung là bước quan trọng của bài toán tổng hợp hệ điều khiển. Ở đây chỉ đề cập đến một số phương pháp giản đơn, thường dùng để chọn thông số tối ưu theo một chỉ tiêu chất lượng nhất định.

1.2.1 PHƯƠNG PHÁP ĐA THỨC ĐẶC TRƯNG CÓ HỆ SỐ SUY GIẢM THAY ĐỔI ĐƯỢC [25]

Các hệ tuyến tính có đặc điểm quan trọng về nguyên lý xếp chồng nguyên nhân và hậu quả. Điều đó có nghĩa là nếu cùng một lúc hệ chịu nhiều tác động như tín hiệu điều khiển và nhiễu thì ảnh hưởng của chúng có thể được nghiên cứu riêng biệt.

Đáp ứng động học y(t) của một hệ khi có tác động x(t) có thể được mô tả theo phương trình vi phân tổng quát cho trường hợp hệ tuyến tính như sau:

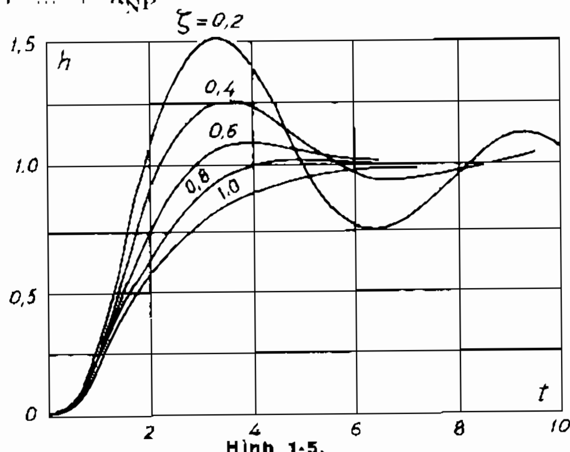
$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \ldots + a_N \frac{d^N y}{dt^N} =$$

$$= b_0 x + b_1 \frac{dx}{dt} + \ldots + b_M \frac{d^M x}{dt^M} \qquad (1\text{-}12)$$

Ở các hệ thực tế, bậc của vế phải không thể cao hơn bậc của vế trái ($M \leq N$).

Bằng cách dùng toán tử $p = \frac{d}{dt}$, phương trình vi phân (1-12) cho phép xác định hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \ldots + b_M p^M}{a_0 + a p + \ldots + a_N p^N} \qquad (1\text{-}13)$$



Hình 1-5.

Các tiêu chuẩn ổn định chỉ cho phép xác định khả năng ổn định của hệ theo (1-12) hay (1-13) nhưng không cho phép đánh giá định lượng chính xác chất lượng động của hệ. Phương pháp hệ số suy giảm thay đổi được, dựa vào đa thức chuẩn bậc 2 đã được nghiên cứu đầy đủ, để tổng quát hóa

cho hệ bậc cao hơn [25].

Hàm truyền của hệ bậc hai:

$$W(p) = \frac{a_0}{a_0 + a_1p + a_2p^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\xi\omega_0 p + p^2} \qquad (1\text{-}14)$$

Ở đây ω_0 - tần số riêng;

ξ - hệ số suy giảm. Hàm quá độ với các trị số của ξ khác nhau nêu ở h.1-5. Có 3 trị số đặc trưng của ξ như sau:

a) $\xi = 1$ trị số này được chọn với thời gian quá độ là ngắn nhất và không có quá điều chỉnh.

b) $\xi = 0,7$ trị số này tương ứng với lượng quá điều chỉnh khoảng 5% và được xem là tối ưu trong lĩnh vực đo lường và điều chỉnh các đối tượng công nghiệp (theo tiêu chuẩn 1-8).

c) $\xi = 0,5$ trường hợp này tương ứng với độ tác động nhanh tốt (t_m bé) nhưng lượng quá điều chỉnh lớn hơn, thường dùng trong các hệ tùy động (tương ứng với tiêu chuẩn 1-9).

Ở hệ bậc hai, hệ số suy giảm liên hệ với các hệ số của phương trình đặc trưng bằng biểu thức sau:

$$4\xi^2 = a_1^2/a_0a_2 \qquad (1\text{-}15)$$

Tương tự như ở hệ bậc hai trên, trường hợp hệ bậc N với hàm truyền:

$$W(p) = \frac{a_0}{a_0 + a_1p + a_2p^2 + \ldots + a_Np^N} \qquad (1\text{-}16)$$

ta dùng hệ số đặc trưng

$$\alpha_1 = \frac{a_1^2}{a_0a_2};\ \alpha_2 = \frac{a_2^2}{a_1a_3};\ \ldots;\ \alpha_n = \frac{a_n^2}{a_{n-1}a_{n+1}};\ \ldots \qquad (1\text{-}17)$$

và tần số đặc trưng:

$$\omega_0 = \frac{a_0}{a_1};\ \omega_1 = \frac{a_1}{a_2};\ \ldots;\ \omega_n = \frac{a_n}{a_{n+1}};\ \ldots \qquad (1\text{-}18)$$

Từ (1-17) và (1-18) ta có

$$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0};\ \alpha_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1};\ \ldots;\ \alpha_n = \frac{\omega_n}{\omega_{n-1}};\ \ldots \qquad (1\text{-}19)$$

I.2.1.1 Đặc điểm của đa thức đặc trưng có hệ số suy giảm thay đổi được

Một đa thức đã cho được xác định bằng cách cho một tần số đặc trưng thứ nhất ω_0 và hệ số suy giảm α. Nếu tần số thứ nhất có giá trị ω_0 thì các tần số khác được xác định bằng cách nhân kế tiếp nhau với α.

Thực vậy, theo (1-18) và (1-19), với $\omega_0 = \dfrac{a_0}{a_1}$ ta có:

$$\omega_1 = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1 a_1}{a_2 a_1} = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}\,\frac{a_0}{a_1} = \alpha\omega_0 .$$

Tương tự như vậy ta xác định:

$$\omega_0,\ \alpha\omega_0,\ \alpha^2\omega_0,\ \alpha^3\omega_0,\ \ldots$$

Để tính các hệ số của một đa thức, ta cho một hệ số bất kỳ bằng 1 rồi tuần tự tính các hệ số khác. Ví dụ, khi cho $a_0 = 1$, các hệ số khác có được bằng cách chia cho các tần số đặc trưng, với $a_0 = 1$, theo (1-18):

$$a_1 = \frac{a_0}{\omega_0} = \omega_0^{-1}$$

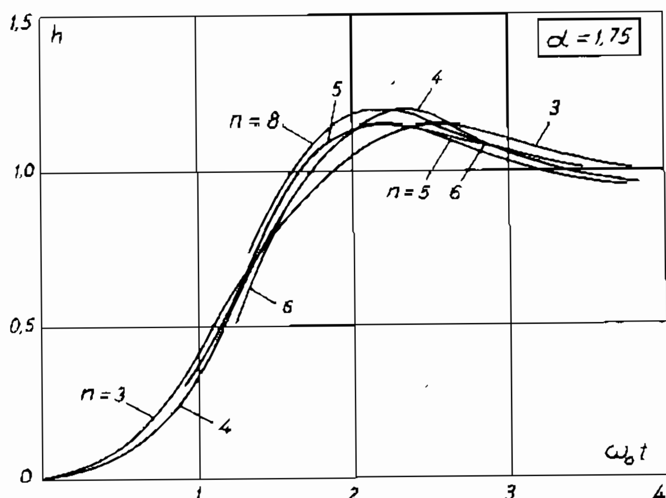
$$a_2 = \frac{a_1}{\omega_1} = \omega_0^{-1}/\alpha\omega_0 = \alpha^{-1}\omega_0^{-2}$$

Tương tự như vậy ta có các hệ số:

$1,\ \omega_0^{-1},\ \alpha^{-1}\omega_0^{-2},$

$\alpha^{-3}\omega_0^{-3},\ \alpha^{-6}\omega_0^{-4},\ .$

Ngược lại, nếu cho trước $a_4 = 1$ cho hệ bậc bốn chẳng hạn, các hệ số của phương trình đặc trưng xác định bằng cách nhân với các tần số đặc trưng. Tính ngược lại, từ phải sang trái, ta có:



Hình 1-6.

$$a_4 = \frac{a_3}{\omega_3} = 1; \; a_3 = a_4\omega_3 = \alpha^3\omega_0$$

$$a_2 = a_3\omega_2 = \alpha^3\omega_0\alpha^2\omega_0 = \alpha^5\omega_0^2$$

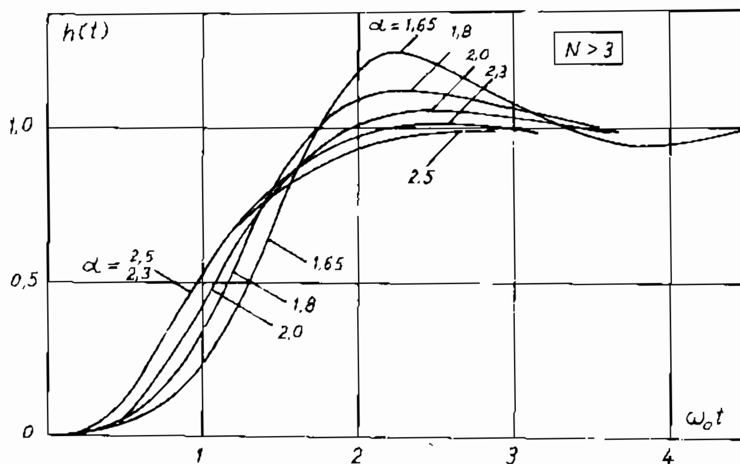
Tương tự như vậy ta tính được

$$\alpha^6\omega_0^4, \; \alpha^6\omega^3, \; \alpha^5\omega_0^2, \; \alpha^3\omega_0, \; 1$$

Từ các ví dụ trên, tần số đặc trưng và các hệ số được xác định theo biểu thức:

$$\left.\begin{aligned} \omega_n &= \alpha^n\omega_0 \\ a_n &= \alpha^{-n(n-1)/2}\omega_0^{-n} \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}20)$$

Trên h.1-6 có hàm quá độ với n khác nhau và cùng một hệ số đặc trưng $\alpha = 1{,}75$. Sự khác nhau của các hàm quá độ là không lớn lắm. Ở h.1-7 là hàm quá độ với α khác nhau của hệ bậc cao. Giống như ở hệ bậc 2 (h 1-5) hệ số α có tính chất của hệ số suy giảm trong trường hợp có dao động. α càng bé, lượng quá điều chỉnh $\sigma\%$ càng lớn.



Hình 1-7.

Lượng quá điều chỉnh $\sigma\%$ liên hệ với α theo biểu thức thực nghiệm sau:

$$\log(\sigma\%) = 4{,}8 - 2\alpha \qquad (1\text{-}21)$$

Ở bảng 1-1 cho kết quả 4 trị số α và $\sigma\%$, cũng như hệ số suy giảm ζ của hệ bậc 2 cùng lượng quá điều chỉnh. Trị số α không được bé hơn 1,6 và với α khoảng bằng 1,5 hệ trở nên mất ổn định.

Bảng 1-1

α	$\sigma\%$	ζ
1,6	40%	0,3
1,75	20%	0,45
2	6%	0,7
2,4	1%	0,9

Thời gian hàm quá độ đạt cực đại được tính bằng

$$t_\sigma \approx \frac{2,2}{\omega_0} = \frac{2,2a_1}{a_0} \qquad (1\text{-}22)$$

I.2.1.2 Ảnh hưởng của tử số hàm truyền

Ở biểu thức (1-16), bậc của tử số là không. Bậc ở tử số sẽ làm tăng lượng quá điều chỉnh và giảm thời gian t_σ. Để có lượng quá điều chỉnh cho trước σ%, tùy thuộc vào α (ở (1-21) khi tử số bậc không)mà dùng hệ số hiệu đính.

Khi tử số của hàm truyền có bậc một

$$W(p) = \frac{a'_0 + a'_1p}{a_0 + a_1p + a_2p^2 + } \qquad (1\text{-}23)$$

thì $\quad \alpha' = 1,5 + 4\frac{\omega_0}{\omega'_0}(\alpha - 1,5), \qquad (1\text{-}24)$

mà $\quad \omega'_0 = a'_0/a'_1.$

α' tính theo mẫu số của biểu thức (1–23) và dùng (1–24) để tính lại α rồi xac định lượng quá điều chỉnh theo (1–21).

Thời gian t_σ được hiệu đính theo $\; t'_\sigma = 2,2\left(\frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{2\omega'_0}\right)$;

Khi tử số của hàm truyền có bậc hai:

$$W(p) = \frac{a'_0 + a'_1p + a'_2p^2}{a_0 + a_1p + a_2p^2 + \ldots} \qquad (1\text{-}25)$$

thì biểu thức hiệu đính là:

$$\alpha' = 1,5 + 1,6\,\zeta'^3\,\frac{\omega_0^2}{\omega_0'^2}(\alpha - 1,5), \qquad (1\text{-}26)$$

mà $\quad \omega_0'^2 = \frac{a'_0}{a'_2}\;,\; 4\zeta'^2 = \frac{a_1^2}{a'_0a'_2}$

Thời gian t_σ được hiệu đính theo:

$$t'_\sigma = 2,2\left(\frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{\omega'_0}\right). \qquad (1\text{-}27)$$

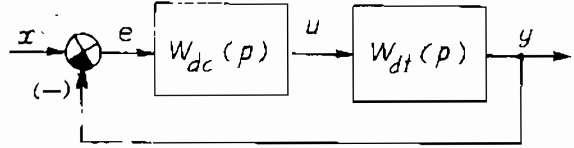
I.2.1.3. Ví dụ ứng dụng

Ở h. 1-8, đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W_{dt}(p) = \frac{1}{(1 + p)^4} \qquad (1\text{-}28)$$

Bộ điều chỉnh cần xác định là bộ tỷ lệ vi tích phân PID, hàm truyền tương ứng với:

$$W_{dc}(p) = \frac{K_{-1} + K_0 p + K_1 p^2}{p} \qquad (1\text{-}29)$$



Hình 1-8.

mà các hệ số K_i cần tính ($i = -1, 0, 1$).

Hàm truyền của hệ kín trên h.1-8 có dạng

$$W_K(p) = \frac{K_{-1} + K_0 p + K_1 p^2}{p(1 + p)^4 + K_{-1} + K_0 p + K_1 p^2}$$

Đa thức đặc tính là:

$$K_{-1} + (K_0 + 1)p + (K_1 + 4)p^2 + 6p^3 + 4p^4 + p^5 = 0$$

Như vậy các hệ số a_i sẽ là:

$$K_{-1},\ K_0 + 1,\ K_1 + 4,\ 6,\ 4,\ 1$$

Hai tần số đặc trưng cuối cùng ω_3 và ω_4 cũng như $\alpha_4 = \frac{\omega_4}{\omega_3}$ theo (1-18) và (1-19) đã được xác định theo điều kiện bài toán đã cho:

$$\omega_4 = \frac{a_4}{a_5} = 4;\ \omega_3 = \frac{a_3}{a_4} = \frac{6}{4} = 1{,}5;\ \alpha_4 = \frac{\omega_4}{\omega_3} = 2{,}7$$

chọn $\alpha' = 1{,}7$ chẳng hạn, ta xác định các tần số đặc trưng còn lại như sau:

$$\omega_2 = \frac{\omega_3}{\alpha'} = \frac{1{,}5}{1{,}7} = 0{,}88;\ \omega_1 = \frac{\omega_2}{\alpha'} = \frac{0{,}88}{1{,}7} = 0{,}52$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{\alpha'} = \frac{0{,}52}{1{,}7} = 0{,}305$$

Bây giờ tính các hệ số a_0, a_1, a_2 còn lại

$$a_2 = a_3\omega_2 = 6 \times 0{,}88 = 5{,}3$$

$$a_1 = a_2\omega_1 = 5{,}3 \times 0{,}52 = 2{,}74$$

$$a_0 = a_1\omega_0 = 2{,}74 \times 0{,}305 = 0{,}84$$

Cuối cùng kết quả tính toán như sau:

	K_{-1};	K_0+1;	K_1+4;	6;	4;	1
ω_i:	0,305;	0,52;	0,88;	1,5;	4	
a_i:	0,84;	2,74;	5,3;	6		

Bộ điều chỉnh PID có các thông số sau:

$$W_{dc}(p) = \frac{0,84 + 1,74p + 1,3p^2}{p} \qquad (1\text{-}30)$$

Theo (1-26) với $\alpha' = 1,7$ tính lại $\alpha = 1,65$. Biểu thức (1-21) cho phép xác định $\sigma\% = 32\%$ và (1-27) cho kết quả: $t'_\sigma = 4,4$.

Nếu lấy $\alpha' = 1,8$ ta tính lại $\alpha = 1,77$ và $\sigma\% = 18\%$, $t'_\sigma = 5,7$.

I.2.2. PHƯƠNG PHÁP BÙ HẰNG SỐ THỜI GIAN TRỘI [2]

I.2.2.1 Khái niệm chung

Trong các hệ điều khiển các đối tượng công nghiệp, thường gặp những đối tượng có một, hai hằng số thời gian lớn; trong khi ấy, cơ cấu điều khiển chúng có độ trễ hay quán tính rất bé. Ví dụ ở các lò nhiệt độ thường có quán tính lớn, các hệ điều chỉnh tốc độ động cơ có quán tính điện từ và điện cơ lớn so với cơ cấu điều khiển chúng là tiristo có độ trễ bé.

Trong những trường hợp ấy, nếu chọn các bộ điều chỉnh có khả năng bù trừ những hằng số thời gian lớn và đưa hàm truyền của hệ về dạng (1-14) ta sẽ có được một hệ tối ưu. Hệ tối ưu có được khi bù đủ các hằng số thời gian trội và môđun của đặc tính tần hệ kín đối với các tần số bé là một hằng:

$$|W_k(j\omega)| \approx 1 \qquad (1\text{-}31)$$

nghĩa là khi $\omega \to 0$, môđun của các đặc tính tần hệ hở $|W(j\omega)| \to \infty$ do đó trong hệ phải có khâu tích phân. Với tần số cao, điều kiện (1-31) sẽ không thể thỏa mãn được và khi $\omega \to 0$, do tồn tại các hằng số tích phân Ti và hằng số thời gian bé từ những độ trễ bé của cơ cấu điều khiển mà $|W_k(j\omega)| \to 0$. Từ đó, tần số cắt càng lớn càng tốt.

Trên cơ sở này hình thành "tiêu chuẩn phẳng" để chọn các bộ điều chỉnh và xác định thông số của chúng.

I.2.2.2 Tiêu chuẩn "phẳng"

Từ những yêu cầu đã nêu trên, tiêu chuẩn "phẳng" đòi hỏi đặc tính tần

$|W(j\omega)|$ có dạng "phẳng", nghĩa là hệ có hành vi của một khâu tích phân.

Trường hợp tổng quát, khi đối tượng có dạng:

$$W_{dt}(p) = K\prod_{k=1}^{n_s}\frac{1}{1+T_{sk}p}\prod_{i=1}^{n_b}\frac{1}{1+T_{bi}p} \qquad (1\text{-}32)$$

và bộ điều chỉnh có dạng:

$$W_{dk}(p) = \frac{1}{T_i p}\prod_{k=1}^{n_d}(1+T_{dk}p) \qquad (1\text{-}33)$$

thì phải chọn bộ điều chỉnh sao cho:

$$n_d = n_s \qquad T_{dk} = T_{sk} \qquad (1\text{-}34)$$

Cần phải bù những hằng số thời gian lớn của đối tượng T_{sk} bằng thông số T_{dk} của bộ điều chỉnh. Trong những trường hợp, vì hằng số thời gian bé chứa đựng nhiều độ trễ bé cộng lại:

$$T_b = \sum_{i=1}^{n_b} T_{bi} \qquad (1\text{-}35)$$

nên không được bù hằng số thời gian tương đương T_b vì như thế hệ có thể mất ổn định (đặc tính pha của khâu tương đương này không phải là đặc tính pha của một khâu quán tính).

Nếu số lượng của các khâu quán tính của đối tượng quá lớn $n_s > n_d$ thì các hằng số thời gian trội hơn sẽ được bù ưu tiên và hệ không còn là tối ưu. Trong những trường hợp như vậy phải dùng phương pháp nối tiếp các bộ điều chỉnh hoặc dùng các bộ điều chỉnh trạng thái.

Sau khi đã bù, hệ hở có dạng như sau:

$$W(p) = \frac{K}{pT_i\prod_{i=1}^{n_b}(1+pT_{bi})} \qquad (1\text{-}36)$$

ở đây còn lại T_i - hằng số tích phân của bộ điều chỉnh cần được xác định

Hàm truyền của hệ kín sau khi đã bù có dạng:

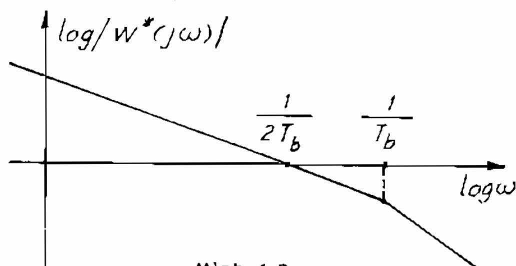
$$W_k(p) = \frac{1}{1+\dfrac{1}{W(p)}} = \frac{1}{1+\dfrac{pT_i\prod_{i=1}^{n_b}(1+pT_{bi})}{K}} \qquad (1\text{-}37)$$

Bình phương môđun của đặc tính tần được xác định bởi:

$$W_k^2(j\omega) = W_k(j\omega)W(-j\omega) = .$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{T_i}{K}\left(\frac{T_i}{K} - 2\sum_{i=1}^{n_b} T_{bi}\right)\omega^2 + \left(\frac{T_i^2}{K^2}\sum_{i=1}^{n_b} T_{bi}^2\right)\omega^4 + \dots} \quad (1\text{-}38)$$

Để thỏa mãn điều kiện (1-31) thì vế thứ hai ở mẫu số của biểu thức (1-38) phải bằng không. Tính đến hằng số thời gian bé tương đương ở biểu thức (1-35) ta xác định hằng số tích phân của bộ điều chỉnh:



Hình 1-9.

$$T_i = 2KT_b. \quad (1\text{-}39)$$

Sau khi đã chọn và xác định đúng thông số của bộ điều chỉnh, hàm truyền mong muốn của hệ có dạng:

$$W^*(p) = \frac{1}{p2T_b(1 + pT_b)} \quad (1\text{-}40)$$

Hành vi của hệ thống chỉ phụ thuộc vào hằng số thời gian bé và đặc tính tần có dạng như ở h.1-9, từ đó tiêu chuẩn mang tên tiêu chuẩn "phẳng"

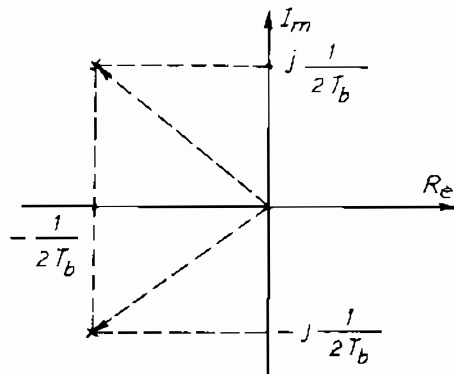
Hệ kín, tương ứng với (1-40) có hàm truyền:

$$W_k^*(p) = \frac{1}{1 + p2T_b + p^2 2T_b^2} \quad (1\text{-}41)$$

(1-41) có 2 nghiệm cực:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_b} \pm j\frac{1}{2T_b}$$

phân bố trong mặt phẳng như ở h.1-10.



Hình 1-10.

Tiêu chuẩn phẳng cho phép chọn được chế độ làm việc tối ưu với hệ số suy giảm tối ưu như ở phương pháp đặc trưng đã đề cập trên.

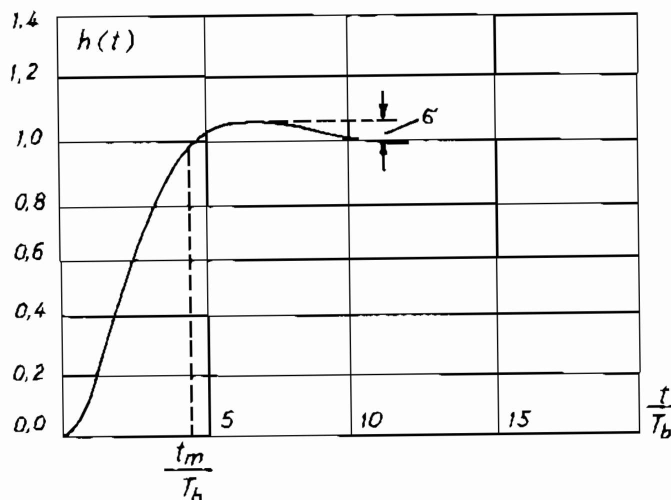
Quy tắc xác định bộ điều chỉnh và chọn thông số theo tiêu chuẩn "phẳng" có thể tóm tắt như ở bảng 1.2.

Bảng 1-2

n_s	Bộ điều chỉnh	T_n	T_v	(T_{v2})	T_i
1	PI: $\dfrac{T_n p + 1}{T_i p}$	T_1	-	-	$2KT_b$
2	PID: $\dfrac{(T_n p + 1)(T_v p + 1)}{T_i p}$	T_1	T_2	-	$2KT_b$
3	(PID2): $\dfrac{(T_n P + 1)(T_{v1} p + 1)(T_{v2} p + 1)}{T_i p}$	T_1	T_2	T_3	$2KT_b$

Ở bảng 1.2, bộ điều chỉnh PID2 có thể bù đủ các đối tượng có 3 hằng số thời gian trội nhưng việc thực hiện những bộ điều chỉnh như vậy có khó khăn và trong công nghiệp ít dùng đến.

Trong nhiều trường hợp, đối tượng chỉ có 2 hằng số thời gian lớn cũng được sử dụng phương pháp nối tiếp hai bộ điều chỉnh PI khi có thể phân rã hệ thống thành 2 hệ con (xem ví dụ I.2.2.9).



Hình 1-11.

I.2.2.3 Hàm quá độ đối với tín hiệu đặt

So sánh (1-41) với hàm truyền hệ bậc hai (1-14) ta có thể xác định tần số riêng ω_0 và hệ số suy giảm ζ bằng:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}T_b} \quad \text{và} \quad \zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad (1\text{-}42)$$

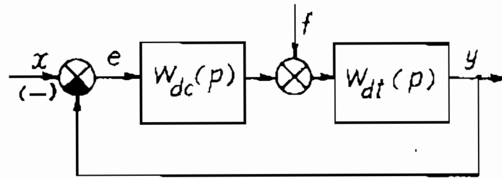
Hàm quá độ của hệ tối ưu trên có dạng:

$$h(t) = 1 - e^{-t/2T_b}[\cos(\frac{t}{2T_b}) + \sin(\frac{t}{2T_b})] \qquad (1\text{-}43)$$

như ở h.1-11 lượng quá điều chỉnh bằng:

$\sigma\% = 4{,}3\%$ và thời gian đáp ứng:

$t_m = 4{,}71T_b$

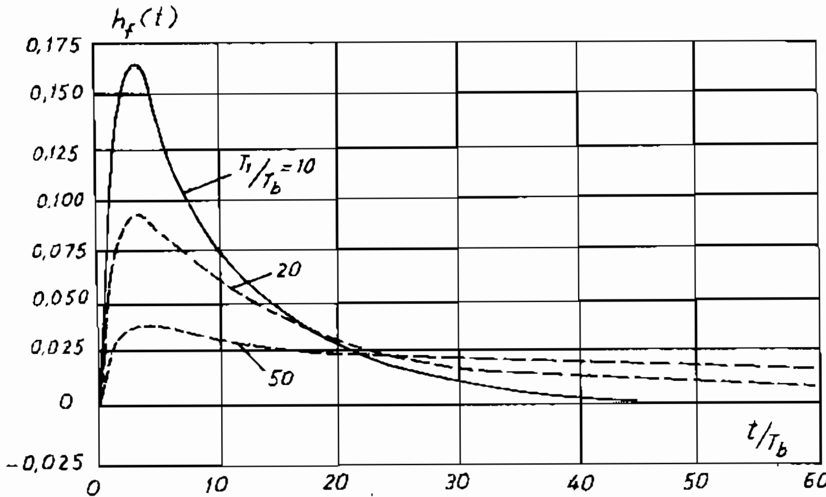


Hình 1-12.

Mức độ tác động nhanh của hệ chỉ phụ thuộc vào hằng số thời gian bé tương đương bằng tổng đại số của các độ trễ bé trong hệ. Do đó nếu không bù đủ và cộng những hằng số còn lại vào hằng số thời gian bé tương đương thì độ tác động nhanh của hệ sẽ giảm rõ rệt.

I.2.2.4. Hàm quá độ đối với nhiễu

Hàm truyền đối với tác động của nhiễu f theo sơ đồ trên h.1-12 có dạng:



Hình 1-13

$$W_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_{dt}(p)}{1 + W_{dc}(p)W_{dt}(p)} \qquad (1\text{-}44)$$

Sau khi chọn đúng bộ điều chỉnh, trong mọi trường hợp ta đều có

$$W_{dc}(p)\ W_{dt}(p) = W^*(p) = \frac{1}{p2T_{\sigma}(1 + pT_{\sigma})}$$

Nếu đối tượng có 2 hằng số thời gian lớn thì:

$$W_f(p) = W_{dt}(p) = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{p2T_{\sigma}(1 + pT_{\sigma})}}$$

$$= \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}\ \frac{p2T_{\sigma}(1 + pT_{\sigma})}{(1 + p2T_{\sigma} + p^2 2T_{\sigma}^2)} \qquad (1\text{-}45)$$

Hàm truyền này có 4 nghiệm cực, trong đó 2 nghiệm thực tương đương với $-\frac{1}{T_1}$ và bằng $-\frac{1}{T_2}$, đồng thời có hai điểm không với nghiệm bằng không và $-\frac{1}{T_{\sigma}}$. Khi hệ có một hằng số thời gian lớn ($n_s = 1$) ở biểu thức trên ta thay $T_2 = 0$

Ở chế độ xác lập ($p = 0$) ta có $W_f(0) = 0$ và ảnh hưởng của nhiễu không còn nữa. Khác với trường hợp trên, việc xác định hàm quá độ đối với tác động của nhiễu bằng phương pháp giải tích có khó khăn Trên h.1-13 là hàm quá độ cho trường hợp đối tượng có một hằng số thời gian lớn được thực hiện trên máy tính. Theo kết quả mô hình hóa ta thấy khi tăng hằng số thời gian của đối tượng, lượng quá điều chỉnh giảm và ngược lại thời gian quá độ càng dài Như vậy khi có nhiễu nếu dùng tiêu chuẩn phẳng thì thời gian để hệ xác lập sẽ dài, đó là ảnh hưởng của các cực $-\frac{1}{T_1}$, $-\frac{1}{T_2}$ ở biểu thức (1-45).

I.2.2.5. Điều chỉnh hệ có hành vi tích phân

Để rút ra kết luận ta xét một đối tượng bậc một ($n_s = 1$):

$$W_{dt}(p) = \frac{K_{dk}K_s}{(1 + pT_{\sigma})(1 + pT_1)} \qquad (1\text{-}46)$$

Bộ điều chỉnh được chọn là PI theo bảng 1.2.

$$W_{dc}(p) = \frac{1 + pT_n}{pT_i} = \frac{1 + pT_I}{p2KT_b} \qquad (1\text{-}47)$$

Khâu tích phân có thể xem là trạng thái giới hạn của khâu quán tính có hằng số thời gian T_I khi $T_I \to \infty$. Do đó (1-47) có dạng:

$$W_{dc}(p) = \frac{pT_I}{p2K_{dk}K_sT_b} = \frac{T_I}{2K_{dk}T_b}, \qquad (1\text{-}48)$$

ở đây $K = K_{dk}K_s$. $T_I = \frac{T_I}{K_s}$. Như vậy tác dụng của khâu tích phân không còn nữa và bộ điều chỉnh PI trở thành bộ điều chỉnh tỷ lệ P. Tương tự như thế, khi dùng bộ điều chỉnh PID, hiệu quả sẽ không khác hơn PD và nhiễu khi sẽ tạo nên sai lệch tĩnh.

Tương tự như ở biểu thức (1-45) khi dùng bộ điều chỉnh PI ta có

$$W_I(p) = \frac{K_s}{pT_I}\;\frac{p2T_b(1 + pT_b)}{(1 + p2T_b + p^2 2T_b^2)} = \frac{2T_b}{T_I}\;\frac{1 + pT_b}{1 + p2T_b + p^2 2T_b^2} \qquad (1\text{-}49)$$

ở trạng thái cân bằng ($p \to 0$) hàm truyền $W_I(0)$ không thể bằng không.

Như vậy khi hệ có hành vi tích phân hay các hằng số thời gian quá lớn mà bộ điều chỉnh không có thang đo thích hợp thì phải dùng tiêu chuẩn đối xứng.

1.2.2.6. Tiêu chuẩn đối xứng

Để có tác động nhanh đối với nhiễu, cần có hệ số khuếch đại lớn khi tần số bé, người ta chọn các hằng số thời gian của bộ điều chỉnh như nhau:

$$Td_1 = Td_2 = \dots = Td_{nd} = Td \qquad (1\text{-}50)$$

và bộ điều chỉnh:

$$W_{dc}(p) = \frac{(1 + pTd)^{nd}}{pT_i}. \qquad (1\text{-}51)$$

Hệ hở sẽ có hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{K(1 + pTd)^{nd}}{pT_i(1 + pT_b)\prod_{k=1}^{n_s}(1 + pT_k)} \qquad (1\text{-}52)$$

Khi hằng số thời gian trội của đối tượng có giá trị rất lớn, thì (1-52) có dạng :

$$W(p) \approx \frac{K(1 + pTd)^{nd}}{pT_i(1 + pT_b)p^{ns} \prod_{k=1}^{n_s} T_k} \qquad (1\text{-}53)$$

Cũng như ở tiêu chuẩn phẳng, điều kiện trước tiên là $n_d = n_s$. Để giản đơn ta dùng ký hiệu:

$$K_o = \frac{KTd^{ns}}{\prod_{k=1}^{n_s} T_K}$$

và (1-53) có dạng:

$$W(p) \approx \frac{K_o}{pT_i(1 + pT_b)} \left(\frac{1 + pTd}{pTd} \right)^{n_s} \qquad (1\text{-}54)$$

Dùng một số phép biến đổi đối với (1-54) như sau:

$$\left(\frac{1 + pTd}{pT_d\ pT_d} \right)^{n_s} = \left(1 + \frac{1}{pT_d}\right)^{n_s} \approx 1 + \frac{n_s}{pTd_e} = 1 + \frac{1}{pTd_e} = \frac{1 + pTd_e}{pTd_e}$$

(1-55)

mà $$T_{de} = \frac{T_d}{n_s} \qquad (1\text{-}56)$$

Biểu thức (1-54) bây giờ có dạng:

$$W(p) \approx \frac{K_o}{pT_i(1 + pT_b)} \cdot \frac{1 + pT_{de}}{pT_{de}} \qquad (1\text{-}57)$$

Tương ứng với (1-57), hệ kín có hàm truyền

$$W_k(p) \approx \frac{1 + pT_{de}}{1 + pT_{de} + p^2 \dfrac{T_{de}T_i}{K_o}(1 + pT_h)} \qquad (1\text{-}58)$$

Bình phương của mô đun có dạng

$$W_k^2(\omega) = W_k(j\omega)W_k(-j\omega) \approx \frac{1 + \omega^2 T_{de}^2}{D(\omega^2)} \qquad (1\text{-}59)$$

với $D(\omega^2) = 1 + T_{dc}(T_{dc} - 2\frac{T_1}{K_o})\omega^2 + (\frac{T_{dc}{}^2 T_1}{K_o} - 2T_b)\omega^4 +$

$$+ (\frac{T_{dc}T_1}{K_o} - T_b)^2\omega^6 \qquad (1\text{-}60)$$

Cũng như ở điều kiện (1-31) để mẫu số của (1-59) tiến đến bằng một, nghĩa là $D(\omega^2) \approx 1$ ta rút ra:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 2K_oT_b \\ T_{dc} &= \frac{T_d}{n_s} = 2\frac{T_1}{K_o} = 4T_b \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}61)$$

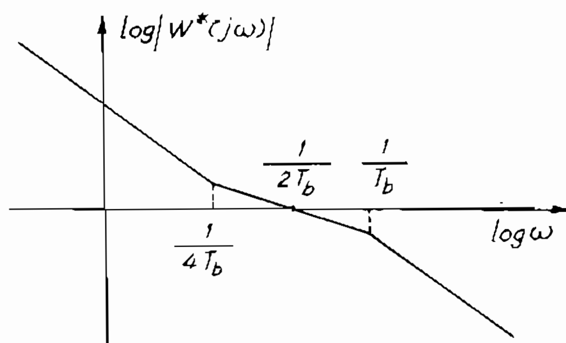
Thông số của bộ điều chỉnh được chọn theo:

$$\begin{aligned} T_d &= 4n_sT_b \\ T_1 &= 2\frac{KT_d{}^{n_s}}{\prod_{k=1}^{n_s} T_k}T_b \end{aligned} \qquad (1\text{-}62)$$

Sau khi thay thế (1-61) vào (1-57) ta có hàm truyền của hệ hở:

$$W^*(p) \approx \frac{1 + p4T_b}{p4T_b}\frac{1}{p2T_b}\frac{1}{(1 + pT_b)} \qquad (1\text{-}63)$$

và đạc tính tần có dạng như ở h.14, đối xứng qua tần số cắt $\frac{1}{2T_b}$, nên tiêu chuẩn mang tên "tiêu chuẩn đối xứng". Quy tắc xác định bộ điều chỉnh và chọn thông số của chúng theo tiêu chuẩn đối xứng như ở bảng 1-3.



Hình 1-14.

Biểu thức (1-63) chỉ là biểu thức xấp xỉ khi hệ là bậc một và có hành vi tích phân. Trong trường hợp hệ bậc 1, với khâu quán tính thì biểu thức chính xác là:

Bảng 1-3.

nS	Bộ Đ.C.	T_n	T_v	(T_{v2})	T
1	PI	$4T_b$	-	-	$8\frac{K}{T_1}T_b^2$
2	PID	$8T_b$	$8T_b$	-	$128\frac{K}{T_1T_2}T_b^3$
3	(PID2)	$12T_b$	$12T_h$	$12T_h$	$3456\frac{K}{T_1T_2T_3}T_b^4$

$$W'(p) = \frac{T_1}{T_b}\,\frac{1 + p4T_b}{p8T_b(1 + pT_1)(1 + pT_b)}\,, \qquad (1\text{-}64)$$

và hàm truyền hệ kín với tín hiệu vào là tín hiệu đặt x(t):

$$W_k'(p) = \frac{1 + p4T_b}{1 + p4T_b + p8\dfrac{T_b^2}{T_1}(1 + pT_1)(1 + pT_b)} \qquad (1\text{-}65)$$

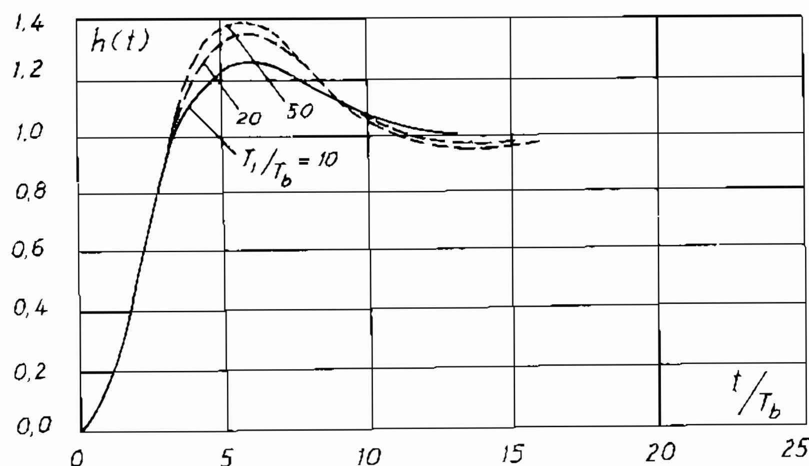
Biểu thức (1-64) khi $T_1 \rightarrow \infty$ sẽ có dạng như (1-63): hệ bậc 1 có hành vi tích phân

1.2.2.7. Hàm quá độ đối với tín hiệu đặt

Hàm quá độ tương ứng với (1-65) được xác định bằng máy tính như ở h.1-15. Hàm quá độ có lượng quá điều chỉnh lớn cùng với hằng số thời gian T_1. Ngược lại thời gian đáp ứng t_m có giảm, độ tác động nhanh tùy thuộc vào hằng số thời gian bé là chính. Để giảm lượng quá điều chỉnh người ta có thể dùng bộ lọc ở đầu vào có mục đích bù trừ điểm không ở tử số của hàm truyền:

$$W_l(p) = \frac{1}{1 + p4T_b} \qquad (1\text{-}66)$$

Ở h.1-16 ta thấy sau khi dùng bộ lọc, lượng quá điều chỉnh được giảm rõ rệt trong khi thời gian đáp ứng lại tăng.

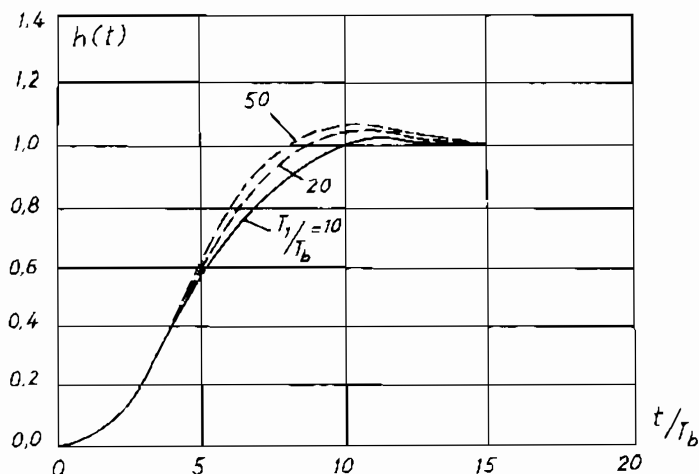


Hình 1-15.

I.2.2.8. Hàm quá độ đối với tác động của nhiễu

Theo sơ đồ khối ở h.1-12, khi đối tượng có một hằng số thời gian trôi, hàm truyền đối với tác động của nhiễu có dạng

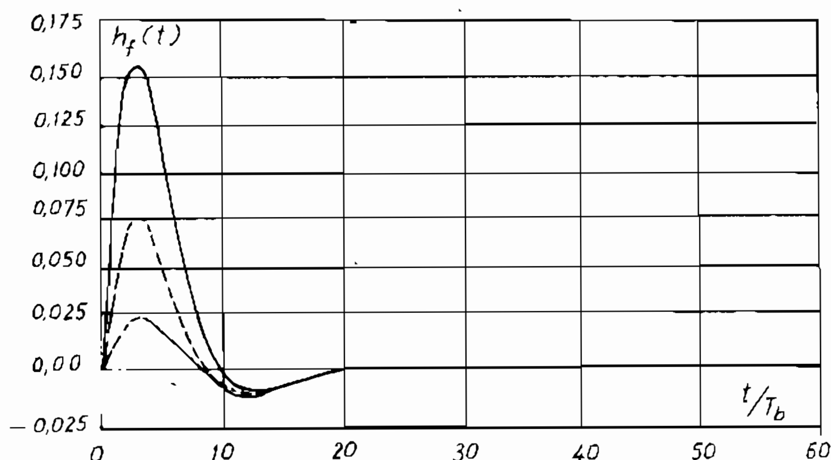
$$W_f(p) = \frac{pK_s 8 \dfrac{T_b^2}{T_1}(1 + pT_b)}{1 + p4T_b + p8 \dfrac{T_b^2}{T_1}(1 + pT_1)(1 + pT_b)} \qquad (1\text{-}67)$$



Hình 1-16.

Trên h.1-17 có hàm quá độ được xác định theo (1-67). Chất lượng động được cải thiện rõ rệt. Ảnh hưởng của nhiễu được loại trừ trong thời gian ngắn, khoảng $10T_b$. So sánh với trường hợp dùng tiêu chuẩn phẳng (h.1-13), chất

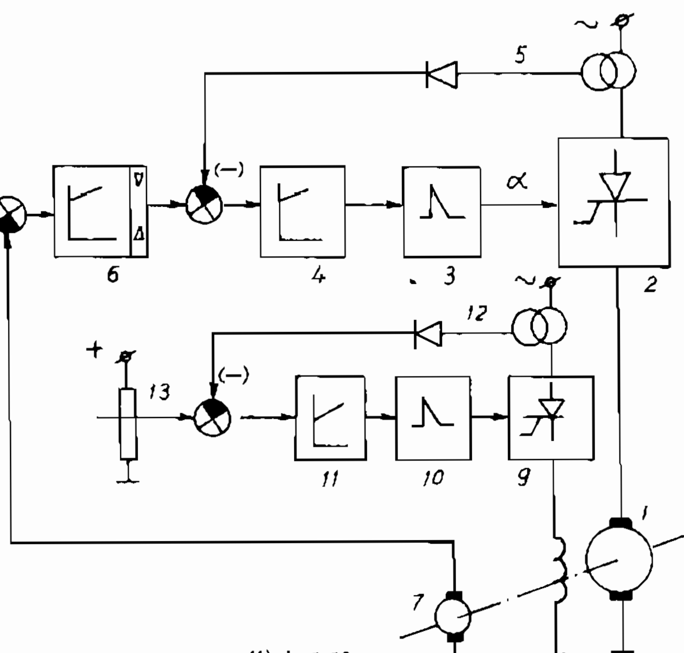
lượng động theo tiêu chuẩn đối xứng tốt hơn khi có tác động của nhiễu.



Hình 1-17.

1.2.2.9 Ví dụ ứng dụng

Sơ đồ nguyên lý của hệ điều chỉnh tốc độ động cơ cho trên h.1-18. Ở sơ đồ này dùng phương pháp nối tiếp hai bộ điều chỉnh *4* và *6* loại PI trong mạch điều chỉnh tốc độ động cơ *1* và bộ điều chỉnh *11* trong mạch kích từ. Mạch phản hồi trong là loại phản hồi dòng được thực hiện bằng dụng cụ đo lường *5* cùng với chỉnh lưu. Phản hồi cơ bản là phản hồi tốc độ được thực hiện bằng máy phát đo tốc độ *7*. Cơ cấu điều khiển *3* góc mở α cùng



Hình 1-18.

với tiristo 2 là một khâu trễ được xấp xỉ bằng khâu quán tính:

$$W_{dk}(p) = 1{,}2e^{-0{,}00167p} \approx \frac{1{,}2}{1 + 0{,}00167p} \qquad (1\text{-}68)$$

Trong việc chọn bộ điều chỉnh cho hệ trên, để giản đơn ta cố định hóa lượng kích từ. Động cơ trong trường hợp kích từ bằng nửa định mức có cấu trúc và thông số sau:

$$W_{dt}(p) = \frac{1}{(1 + 0{,}327p)(1 + 0{,}033p)} \qquad (1\text{-}69)$$

Ta khảo sát cho các trường hợp sau:

a. Với đối tượng có hai hằng số thời gian lớn và cơ cấu điều khiển một hằng số thời gian bé, thông thường ta chọn bộ điều chỉnh PID theo tiêu chuẩn phẳng (bảng 1-2):

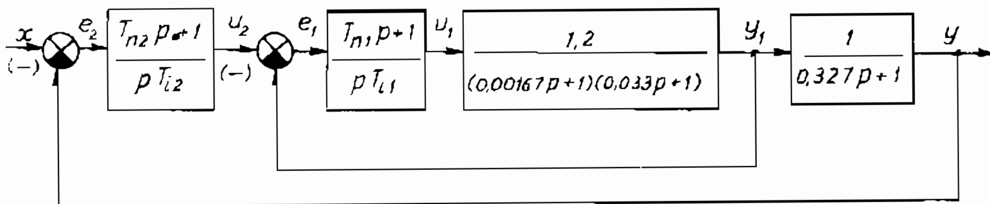
$$W_{dc}(p) = \frac{(T_n p + 1)(T_v p + 1)}{T_i p}$$

với $T_n = T_1 = 0{,}327$ s,

$T_v = T_2 = 0{,}033$ s,

$T_i = 2KT_b = 2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}00167 = 0{,}004008$ s.

b. Nếu đối tượng có thể phân rã thành hai khâu quán tính riêng biệt và có thể đo được tín hiệu giữa chúng, ta có thể dùng hai bộ điều chỉnh PI như ở sơ đồ khối h.1-19.



Hình 1-19.

Bắt đầu từ mạch vòng trong, dùng tiêu chuẩn phẳng để xác định thông số bộ điều chỉnh PI_1:

$$W_{dc1}(p) = \frac{T_{n1}p + 1}{pT_{i1}} \quad \text{với}$$

$T_{n1} = 0,033$ s

$T_{i1} = 0,004008$ s

Hàm truyền của mạch kín vòng trong có dạng:

$$W_{k1}(p) = \frac{Y_1(p)}{u_2(p)} = \frac{1}{0,00334p(1 + 0,00167p) + 1}$$

$$= \frac{1}{0,00334 . 0,00167p^2 + 0,00334p + 1}$$

$$\approx \frac{1}{0,00334p + 1}$$

Hàm truyền này tương đương với khâu quán tính có hằng số thời gian $2T_{\mu}$, từ đó ta chọn bộ điều chỉnh vòng ngoài:

$$W_{dc2}(p) = \frac{T_{n2}p + 1}{pT_{i2}} \quad \text{với}$$

$T_{n2} = 0,327$ s

$T_{i2} = 2. \ 0,00334 =$

$= 0,00668$ s.

c. Trong trường hợp cụ thể, như ở h.1-18, các hàm truyền của từng mạch vòng phản hồi dòng và tốc độ cũng như phương pháp xác định các bộ điều chỉnh nối tiếp tương ứng, được thực hiện như sau:

Phương trình cân bằng điện áp đối với động cơ:

$$U_{d\alpha} = (R_ư + R_i)I_ư + (L_ư + L_i)\frac{dI_ư}{dt} + U_i \qquad (1\text{-}70)$$

trong đó: $R_ư$, $L_ư$ - điện trở và điện cảm mạch phần ứng động cơ; R_i, L_i - điện trở và điện cảm nội tại của bộ biến đổi dòng; $U_{d\alpha}$ - điện áp một chiều lý tưởng. Đặt các đại lượng tương đối so với trị số định mức tương ứng:

$$u_{d\alpha} = \frac{U_{d\alpha}}{U_{dn}}, \qquad i_ư = \frac{I_ư}{I_{ưn}}, \qquad u_i = \frac{U_i}{U_{dn}}.$$

Ta có $$u_{dk} = r_t i_a + r_t T_t \frac{di_a}{dt} + u_p$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_{dk} - u_i - r_t i_a}{r_t T_t}, \quad (1-71)$$

ở đây $$r_t = \frac{(R_a + R_t) I_{an}}{U_{dn}} \; ; \; T_t = \frac{L_a + L_t}{R_a + R_t}.$$

Phương trình cân bằng mô men khi làm việc không tải:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_c,$$

$$\frac{J\Omega n}{Mn} \frac{dn}{dt} = m_c,$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{m_c}{T_m} \; ; \; T_m = \frac{J\Omega n}{Mn}. \quad (1-72)$$

Từ (1-71) và (1-72)

$$i_a = \frac{u_{dk} - \varphi n}{r_t (1 + pT_t)} \quad (1-73)$$

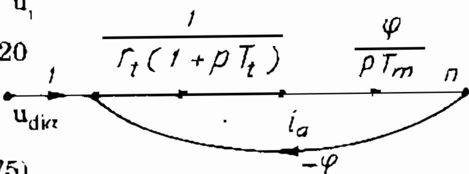
và $$n = \frac{\varphi i_a}{pT_m} \quad (1-74)$$

trong đó φ - từ thông; $\varphi i_a = m_c$; $\varphi n = u_i$

Graph tín hiệu có dạng như ở h.1-20

Thay thế (1-74) vào (1-73) ta có:

$$i_a = \frac{pT_m u_{dk}}{\varphi^2 + pT_m r_t (1 + pT_t)}, \quad (1-75)$$



Hình 1-20.

từ đó có hàm truyền:

$$W_{iu}(p) = \frac{i_a}{u_{dk}} = \frac{\dfrac{pT_m}{\varphi^2}}{1 + pT'_m (1 + pT_t)}, \quad (1-76)$$

mà $$T'_m = \frac{r_t T_m}{\varphi^2}.$$

Ta có $$u_{dư} = r_t i_a + r_t T_t \frac{di_a}{dt} + u_p$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_{dư} - u_i - r_t i_a}{r_t T_t}, \qquad (1\text{-}71)$$

ở đây $$r_t = \frac{(R_a + R_t)I_{an}}{U_{dn}} \;;\; T_t = \frac{L_a + L_t}{R_a + R_t}.$$

Phương trình cân bằng mô men khi làm việc không tải:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_e,$$

$$\frac{J\Omega n}{Mn}\frac{dn}{dt} = m_e,$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{m_e}{T_m} \;;\; T_m = \frac{J\Omega n}{Mn}. \qquad (1\text{-}72)$$

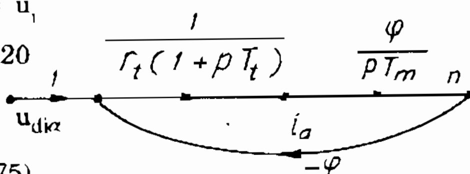
Từ (1-71) và (1-72)

$$i_a = \frac{u_{dư} - \varphi n}{r_t(1 + pT_t)} \qquad (1\text{-}73)$$

và $$n = \frac{\varphi i_a}{pT_m} \qquad (1\text{-}74)$$

trong đó φ - từ thông; $\varphi i_a = m_e$; $\varphi n = u_i$

Graph tín hiệu có dạng như ở h.1-20



Hình 1-20.

Thay thế (1-74) vào (1-73) ta có:

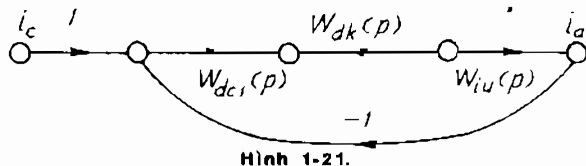
$$i_a = \frac{pT_m u_{dư}}{\varphi^2 + pT_m r_t(1 + pT_t)}, \qquad (1\text{-}75)$$

từ đó có hàm truyền:

$$W_{iu}(p) = \frac{i_a}{u_{dư}} = \frac{\dfrac{pT_m}{\varphi^2}}{1 + pT'_m(1 + pT_t)}, \qquad (1\text{-}76)$$

mà $$T'_m = \frac{r_t T_m}{\varphi^2}.$$

Tùy thuộc mối tương quan giữa T_t/T'_m mà phương trình đặc tính có nghiệm thực hay phức, T'_m phụ thuộc vào mức độ kích từ. Với kích từ định mức $\varphi = 1$ hệ có dao động với hệ số suy giảm $\zeta = 0,866$. Với kích từ $\varphi = 0,5$; ta có $T_1 = 0,327$ s và $T_2 = 0,033$ s.



Hình 1-21.

Từ (1-71) nếu cho $u_t = 0$ ta có:

$$W'_{iu}(p) = \frac{i_a}{u_{diu}} = \frac{1}{r_t(1 + pT_t)} . \quad (1\text{-}77)$$

Ở phạm vi cao tần, (1-77) xấp xỉ với (1-76) vì:

$$W'_{iu}(p)\,|_{p \to \infty} = W_{iu}(p)\,|_{p \to \infty} = \frac{1}{pr_tT_t} .$$

Trước tiên chọn bộ điều chỉnh dòng ở mạch phản hồi trong:

Từ graph tín hiệu ở h.1-21 với:

$$W_{dk}(p) = \frac{1,2}{0,00167p + 1} ,$$

$$W'_{iu} = \frac{1}{r_t(1 + pT_t)} = \frac{16,6}{1 + 0,003p} ,$$

với số liệu đã cho trong mạch kích từ chính: $r_t = 0,06$; $T_t = 30$ ms.

Ta chọn bộ điều chỉnh PI với các thông số sau:

$$T_{ni} = 0,003 \text{ s},$$

$$T_{ii} = 2.\ 16,6.\ 1,2.\ 0,00167 = 0,067 \text{ s}.$$

Hàm truyền của mạch kín:

$$W_{ki}(p) = \frac{1}{2.\ 0,00167p(0,00167p + 1)} \approx \frac{1}{1 + 0,00334p}$$

Kết hợp với biểu thức (1-74) ta có graph tín hiệu ở mạch vòng tốc độ như ở h.1-22.

$$\text{với } W_{ki}(p) = \frac{1}{1 + 0,00334p} ,$$

$$W_{nl}(p) = \frac{\varphi}{pT_m} = 0{,}333\,\frac{1}{p}\,.$$

Hình 1-22.

Trong mạch vòng tốc độ có khâu tích phân, cần chọn bộ điều chỉnh PI theo tiêu chuẩn đối ứng theo bảng 1-3 với các thông số sau:

$$T_{nn} = 4.\ 0{,}00334 = 0{,}01336 \text{ s},$$

$$T_{in} = 8.\ 0{,}33.\ 0{,}00334^2 = 0{,}0000297 \text{ s}.$$

Tiêu chuẩn đối xứng cho lượng quá điều chỉnh lớn, do đó cần chọn bộ lọc ở đầu vào (1-66)

$$W_l(p) = \frac{1}{T_{nn}p + 1} = \frac{1}{0{,}01336p + 1}\,.$$

Kết quả mô hình hóa cho thấy:

- Trường hợp a là bù đủ với bộ điều chỉnh PID (h.1-23). Lượng quá điều



Hình 1-23.

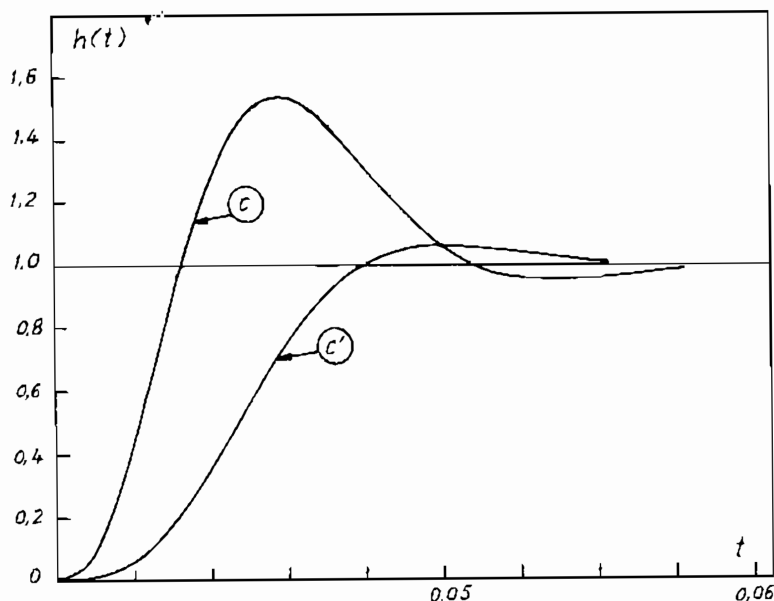
chỉnh và thời gian đáp ứng tương ứng với:

$$\sigma\% \approx 4\%;\ t_m \approx 0{,}0075.$$

- Trường hợp b dùng phương pháp nối tiếp hai bộ điều chỉnh PI. Do mạch vòng trong là hệ bậc 2 nhưng bỏ qua hệ số quá bé, xấp xỉ với bậc một nên chất lượng có thay đổi:

$$\sigma\% \approx 9\%;\ t_m \approx 0{,}0125$$

Trường hợp này không xét đến khả nang thực hiện trong thực tế: mạch vòng trong không tương ứng với phản hồi dòng.



Hình 1-24.

- Trường hợp c dùng phản hồi dòng nhưng đối tượng được đơn giản hóa (1-77) thay vì (1-76). Hệ được xét có hành trạng tích phân nên dùng tiêu chuẩn đối xứng. Do đó lượng quá điều chỉnh lớn (hình 1-24).

$$\sigma\% \approx 55\%;\ t_m \approx 0{,}009.$$

Sau khi mắc bộ lọc ở đầu vào, chất lượng đã được cải thiện (đường c', hình 1-24)

$$\sigma\% \approx 6{,}6\%;\ t_m \approx 0{,}024$$

Tất cả các trường hợp trên đều được khảo sát ở chế độ không tải của động cơ.

1.2.3. BỘ ĐIỀU CHỈNH TRẠNG THÁI

1.2.3.1. Mô tả trạng thái của hệ điều khiển

Từ biểu thức (1-73):

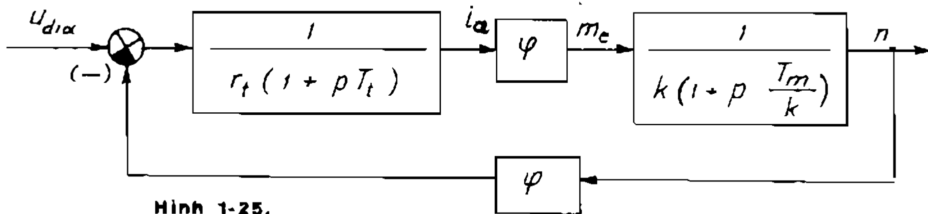
$$i_a = \frac{u_{dia} - \varphi n}{r_t(1 + pT_t)},$$

và (1-72) khi mô men tải tỷ lệ tốc độ:

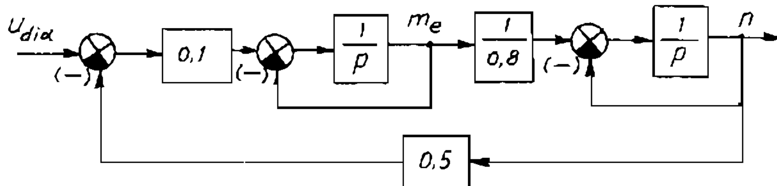
$$dn/dt = \frac{m_e - kn}{T_m} \quad \text{và} \quad n = \frac{m_e}{k\left(1 + p\dfrac{T_m}{k}\right)},$$

ta có sơ đồ khối như ở h.1-25.

Với các giá trị cụ thể, ví dụ $\varphi = 0{,}5$; $r_t = 5$; $k = 0{,}8$; $T_t = 1$; $T_m = 0{,}8$ ta có sơ đồ tương đương như ở h.1-26.



Hình 1-25.



Hình 1-26.

Từ h.1-26 ta có hệ phương trình chính tắc sau:

$$\dot{m}_e = 0{,}1(u_{dia} - 0{,}5n) - m_e \tag{1-78}$$

$$\dot{n} = 1{,}25\, m_e - n \tag{1-79}$$

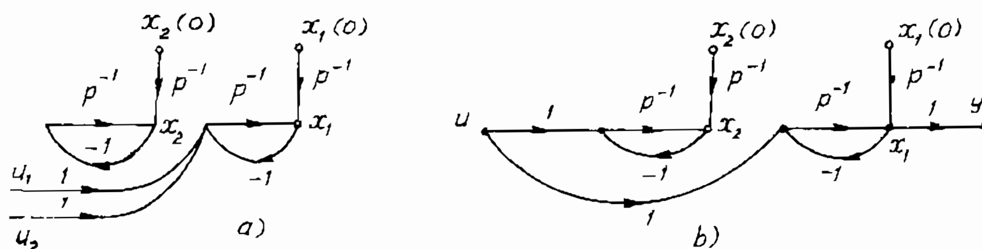
Dưới dạng ma trận ta có:

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_e \\ \dot{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0{,}05 \\ 1{,}25 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_e \\ n \end{bmatrix} + 0{,}1 \begin{bmatrix} u_{dia} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1-80}$$

Dạng tổng quát thường gặp là:

$$\dot{X} = AX + Bu \tag{1-81}$$

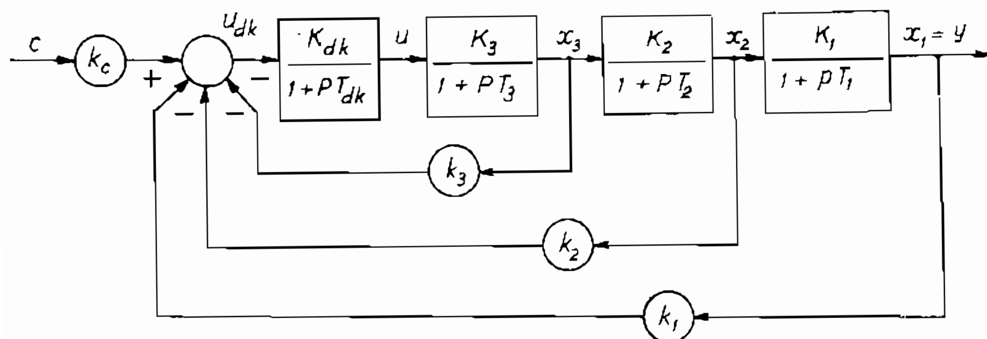
Nếu hệ được mô tả bằng phương trình trạng thái thỏa mãn điều kiện quan sát được và điều khiển được, ta có thể chọn các hệ số phản hồi sao cho hệ làm việc ở trạng thái tối ưu. Ở h.1-27a, x_2 là trạng thái không điều khiển được đối với u, h.1-27b thì x_2 là không quan sát được đối với y chẳng hạn.



Hình 1-27.

1.2.3.2 Bộ điều chỉnh cổ điển và bộ điều chỉnh trạng thái

Trên h.1-28 là sơ đồ khối của một hệ gồm ba khâu quán tính và cơ cấu điều khiển:



Hình 1-28.

Hàm truyền của hệ nguyên thủy (chưa có các phản hồi)

$$W_0(p) = W_{dk}(p)W_{dt}(p) = \frac{K_{dk}K_3K_2K_1}{(1 + pT_{dk})(1 + pT_3)(1 + pT_2)(1 + pT_1)}$$

$$= \frac{K}{D_d(p)} \tag{1-82}$$

Giả thiết rằng các đại lượng x_1, x_2, x_3 đều đo được và nằm trong mạch

phản hồi với các hệ số k_3, k_2, k_1 tương ứng, cũng như ở đầu vào có hệ số k_c.

Tín hiệu điều khiển bao gồm:

$$u_{dk} = k_c c - (k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3) \qquad (1-83)$$

Sơ đồ khối trên h.1-28 có thể tương đương với 2 phương án sau:

a. Bộ điều chỉnh cổ điển

Hàm truyền của hệ có 3 mạch vòng được xác định như sau:

$$W_1(p) = \frac{K_{dk}K_3K_2K_1}{(1 + pT_{dk})(1 + pT_3)(1 + pT_2)(1 + pT_1) + K_{dk}K_2k_3 \ldots}$$

$$\frac{}{\ldots (1 + pT_2)(1 + pT_1) + K_{dk}K_3K_2k_2(1 + pT_1) + K_{dk}K_3K_2K_1k_1}$$

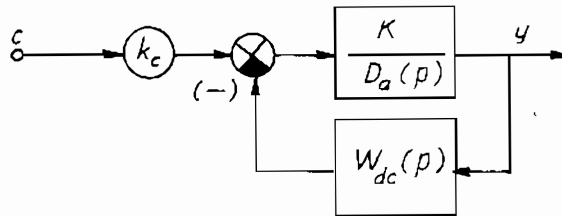
$$= \frac{K}{D(p)} \qquad (1-84)$$

Nếu mô tả thành phần thứ hai trở đi ở mẫu số của (1-84) bởi:

$$D_h(p) = K_{dk}K_3k_3(1 + pT_2)(1 + pT_1) +$$

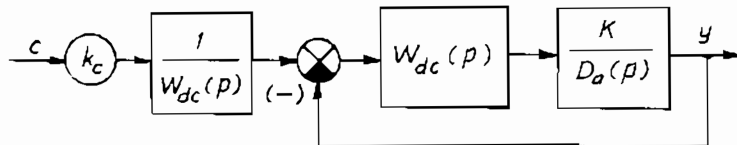
$$K_{dk}K_3K_2k_2(1 + pT_1) + K_{dk}K_3K_2K_1k_1 = KW_{dc}(p), \qquad (1-85)$$

ta có sơ đồ tương đương với h.1-28 và (1-84) như ở h.1-29 mà $D(p) = D_a(p) + D_h(p)$.



Hình 1-29.

Cuối cùng h.1-29 có thể biến đổi tương đương như ở h.1-30. $W_{dc}(p)$ chính là bộ điều chỉnh cổ điển được xác định bởi:



Hình 1-30.

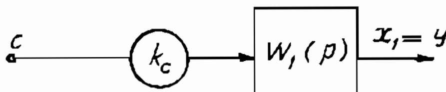
$$W_{dc}(p) = \frac{D_b(p)}{K} = k_1 + \frac{k_2}{K_1} + \frac{k_3}{K_1K_2} + p\left(\frac{T_1}{K_1}k_2 + \frac{T_1 + T_2}{K_1K_2}k_3\right) +$$

$$+ p^2k_3\frac{T_1T_2}{K_1K_2} = k_{dc}(1 + pT_{v1})(1 + pT_{v2}) \quad (1\text{-}86)$$

Đó là bộ điều chỉnh PD_2, do vậy càng cần thiết có bộ lọc ở đầu vào (1-66).

b. Bộ điều chỉnh trạng thái

Xem $W_1(p)$ là một khối thống nhất, kết hợp với sơ đồ trên h.1-28 ta có sơ đồ khối giản đơn như ở h.1-31.



Hình 1-31.

Véc tơ trạng thái trong trường hợp tổng quát được biểu thị bởi:

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_{ns} \end{bmatrix} \quad (1\text{-}87)$$

Véc tơ thông số của mạch phản hồi

$$\mathbf{k}_s^T = [k_1 \ k_2 \ ... \ k_{ns}] \quad (1\text{-}88)$$

Phản hồi trạng thái của hệ:

$$u_{dk_c} = k_1x_1 + k_2x_2 + ... + k_{ns}x_{ns} = \mathbf{k}_s^T\mathbf{x}_s \quad (1\text{-}89)$$

Tín hiệu điều khiển bao gồm cả đầu vào:

$$u_{dk} = k_cc - \mathbf{k}_s^T\mathbf{x}_s \quad (1\text{-}90)$$

Ký hiệu "T" là dấu chuyển vị của véc tơ.

Như vậy dạng tổng quát của hệ

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_s &= \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + b_s\mathbf{u} \\ y &= \mathbf{c}_s^T\mathbf{x}_s \end{aligned} \quad (1\text{-}91)$$

So sánh với hệ nguyên thủy (1-82), sau khi dùng mạch phản hồi trạng thái tương ứng với $W_1(p)$ ta thấy bậc của chúng như nhau nhưng chất lượng động và tĩnh có thể thay đổi trong phạm vi lớn nhờ các hệ số k_1, k_2, k_3, k_c

nghĩa là có thể thay đổi mẫu số của $W_1(p)$ (thay đổi vị trí các cực) trong khi tử số không thay đổi. Bằng phương pháp quỹ đạo nghiệm số, xác định trước vị trí các nghiệm cực để thỏa mãn chất lượng đã cho và từ đó xác định các hệ số phản hồi trạng thái.

Bộ điều chỉnh trạng thái cho phép có được chất lượng tốt nhưng ngược lại việc kiểm tra và hạn chế những tín hiệu nội tại quá lớn cũng như việc xác định thông số của bộ điều chỉnh có phức tạp hơn. Do đó nên dùng các bộ điều chỉnh trạng thái có hạn chế tín hiệu ra ở bộ điều chỉnh trong các hệ phức tạp.

1.2.3.3. Chọn thông số của bộ điều chỉnh trạng thái

Để có sai lệch tĩnh bằng không ở chế độ xác lập nghĩa là y = c, hệ số k_c được xác định theo điều kiện:

$$k_c \frac{K}{D(0)} = 1$$

Do đó
$$k_c = \frac{D(0)}{K} = k_1 + \frac{k_2}{K_1} + \frac{k_3}{K_2K_1} + \frac{1}{K_{dk}K_1K_2K_3} \qquad (1\text{-}92)$$

Tuy nhiên do các thông số K_{dk}, K_1, K_2, K_3 có thể thay đổi và có nhiễu tác động vào hệ thống mà ta đã không tính đến, nên y không thể bằng c ở trạng thái xác lập. Do đó cần đưa thêm vào một khâu tích phân có hàm truyền $\frac{1}{pT_i}$ và hệ số khuếch đại k_d để hiệu chỉnh tín hiệu điều khiển. Nếu thông số của hệ thống không thay đổi và nhiễu tác động vào hệ thống là không đáng kể thì không cần có khâu này.

Nếu nhiễu tác động vào hệ thống có thể đo được, có thể dùng hệ số k_f để bù ảnh hưởng của nhiễu. Như vậy, tín hiệu điều khiển sẽ gồm:

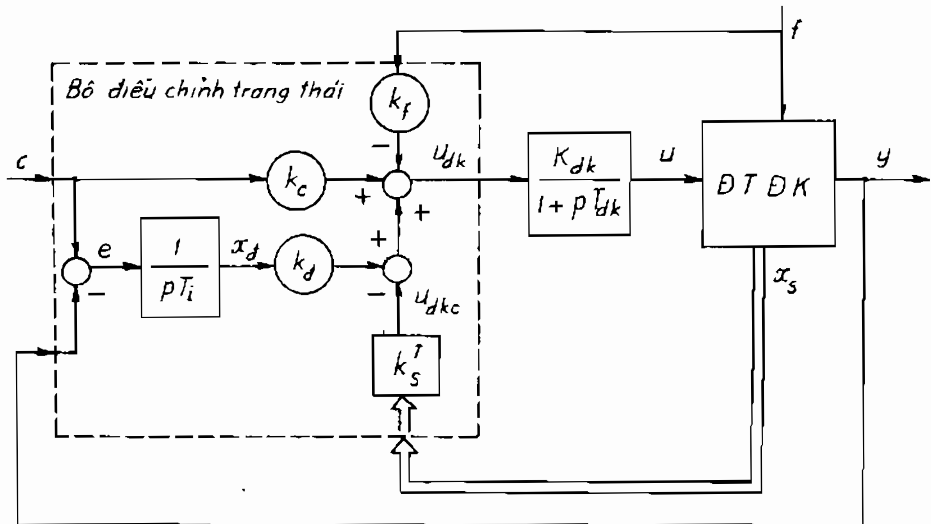
$$u_{dk} = k_c c - k_f f + k_d x_d - \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s \; ... \qquad (1\text{-}93)$$

Cơ cấu điều khiển và khâu tích phân đưa thêm vào có phương trình vi phân tương ứng với:

$$\dot{x}_{dk} = -\frac{1}{T_{dk}} x_{dk} + \frac{K_{dk}}{T_{dk}} u_{dk}, \qquad (1\text{-}94)$$

$$\dot{x}_d = \frac{1}{T_i}(c - y) = \frac{1}{T_i}(c - \mathbf{c}_s^T \mathbf{x}_s) \qquad (1\text{-}95)$$

và sơ đồ khối như hình 1-32. Bộ điều chỉnh trạng thái gồm có phản hồi trạng thái, bộ điều chỉnh tích phân, tín hiệu trực tiếp từ lượng đặt c cũng như từ

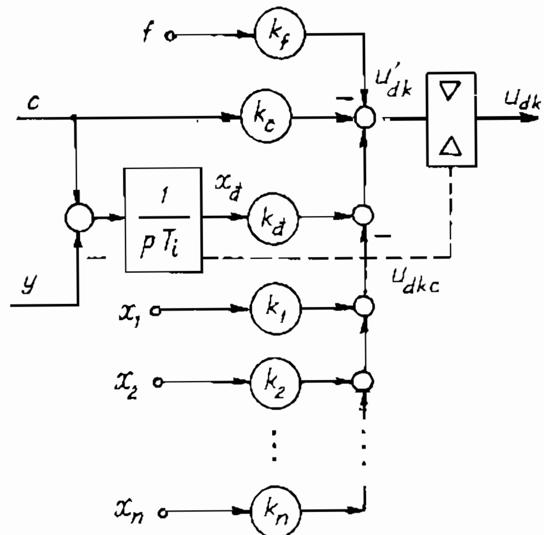


Hình 1-32.

nhiễu f Do vậy bộ điều chỉnh trạng thái tương đối phức tạp so với các bộ điều chỉnh thông thường. Ngoài ra cần tính đến hạn chế tín hiệu điều khiển:

$$u_{dk\ max} > u_{dk} \geq u_{dk\ min} \tag{1-96}$$

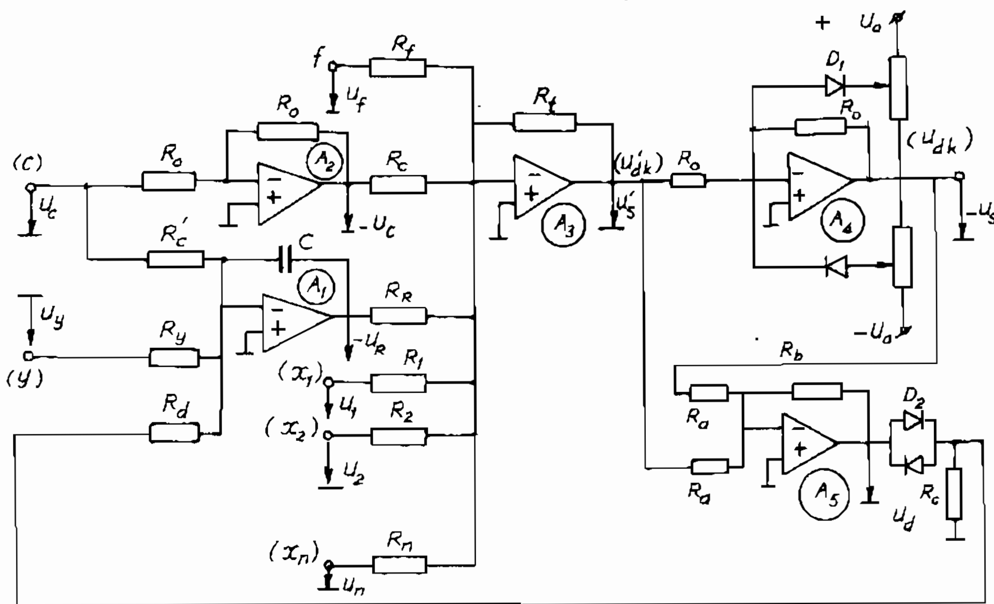
Nếu giới hạn không đạt tới thì $u_{dk} = u'_{dk}$ còn khi đạt đến giới hạn, tín hiệu x_d của bộ điều chỉnh tích phân được hiệu chỉnh theo đường đứt nét trên h.1-33. Khi ra khỏi giới hạn, bộ điều chỉnh tích phân có trạng thái ban đầu tốt để không gây nên lượng quá điều chỉnh lớn. Trên h.1-34 là sơ đồ thực hiện bộ điều chỉnh trạng thái tương tự. Các bộ điều chỉnh số hay dùng máy tính để điều khiển, có nguyên lý tương tự và phải dùng đến



Hình 1-33.

các bộ chuyển đổi AD, DA.

Khuếch đại thuật toán A_1 thực hiện chức năng bộ điều chỉnh tích phân. Ở đầu vào (-) có các điện trở so sánh R'_c và R_y. Mạch phản hồi có tụ C.



Hình 1-34.

Điện áp ra được hạn chế bởi khuếch đại thuật toán A_4 với các điốt ở mạch phản hồi.

Để hiệu chỉnh lại bộ điều chỉnh tích phân, dùng khuếch đại thuật toán A_5. Điện áp ra bằng:

$$u_d = -\frac{R_b}{R_a}(u'_s - u_s) \qquad (1\text{-}97)$$

Nếu tín hiệu ra chưa đến ngưỡng, $u_s = u'_s$ thì $u_d = 0$. Ngược lại, u_d sẽ tỷ lệ với chênh lệch giữa u'_s và u_{smax} hay u'_s và u_{smin}.

Điện áp u_d thông qua R_d tác dụng vào bộ điều chỉnh tích phân và hiệu chỉnh lại tín hiệu ra u_r khi giới hạn u_s còn có nghĩa.

Trạng thái của bộ điều chỉnh tích phân được xác định bởi:

$$x_d = \frac{1}{pT_1}[c - y - k'_c(u'_{dk} - u_{dk})]. \qquad (1\text{-}98)$$

$T_1 = R'_c C.$

$$k'_c = \frac{R'_c}{R_d}\frac{R_b}{R_a},$$

$$u'_{dk} = k_c c - k_f f + k_d x_d - \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s \quad . \tag{1-99}$$

Khi tín hiệu ra đạt đến ngưỡng, nghĩa là $u_{dk} = u_{dk}\lim$

$$x_d = \frac{1}{pT_i + k'_c k_d}[c - y + k'_c(u_{dk}\lim - k_c c + k_f f + \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s)] \tag{1-100}$$

Ở trạng thái xác lập (p = 0):

$$x_d = \frac{1}{k'_c k_d}(c - y) + \frac{1}{k_d}(u_{dk}\lim - k_c c + k_f f + \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s). \tag{1-101}$$

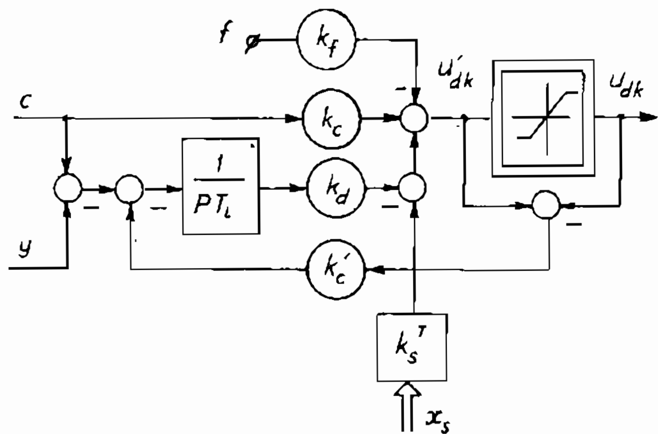
Trạng thái xác lập ấy sẽ đạt được một cách nhanh chóng với hằng số thời gian:

$$T_c = \frac{T_i}{k'_c k_d} \; ; \text{ mà } k'_c \gg 1, \; T_c \ll T_i \; . \tag{1-102}$$

Khi chưa đến giới hạn ngưỡng:

$$u'_{dk} = u_{dk}\lim + \frac{1}{k'_c}(c - y) \tag{1-103}$$

Tín hiệu ra khi chưa đến giới hạn ngưỡng u'_{dk} thực tế bằng tín hiệu giới hạn u_{dk}. Ở h.1-35 có sơ đồ khối của bộ điều chỉnh mà giới hạn ngưỡng được thể hiện bằng khâu phi tuyến. Bộ điều chỉnh có phản hồi nội (được thực hiện bằng hệ số k'_c) sẽ tác động khi tín hiệu ra đạt giới hạn của ngưỡng. Chúng ta sẽ tổng hợp lại các bước chọn bộ điều chỉnh trạng thái



Hình 1-35.

sau khi giải thích về nguyên tắc xây dựng nó.

1. Phương trình trạng thái hệ tổng thể

Kết hợp (1-87), (1-94) và (1-95) ta có véc tơ trạng thái tổng thể:

$$\mathbf{x} = \begin{vmatrix} x_{dk} \\ \mathbf{x}_s \\ x_d \end{vmatrix}, \quad (1\text{-}104)$$

và phương trình (1-91) bây giờ có dạng:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u_{dk} + \mathbf{b}_f f + \mathbf{b}_c c, \quad (1\text{-}105)$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

trong đó:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} -1/T_{dk} & \mathbf{O}^T & 0 \\ \mathbf{b}_s & \mathbf{A}_s & \mathbf{O} \\ 0 & -\mathbf{c}_s^T/T_i & 0 \end{vmatrix} ; \ \mathbf{b} = \begin{vmatrix} K_{dk}/T_{dk} \\ \mathbf{O} \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{b}_c = \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{O} \\ 1/T_i \end{vmatrix} ; \ \mathbf{b}_f = \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{b}_{sf} \\ 0 \end{vmatrix} ; \quad \mathbf{c}^T = [0 \ \ \mathbf{c}_s^T \ \ 0] \quad (1\text{-}106)$$

Phương trình (1-93) có dạng:

$$u_{dk} = k_c c - k_f f - \mathbf{k}^T\mathbf{x}, \quad (1\text{-}107)$$

$$\mathbf{k}^T = [0 \quad \mathbf{k}_s^T \ -kd] \quad (1\text{-}108)$$

Thay thế (1-107) vào (1-105) ta có thể xác định phương trình trạng thái vi phân của hệ kín tổng thể:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_G\mathbf{x} + \mathbf{b}_{Gc}c + \mathbf{b}_{Gf}f, \quad (1\text{-}109)$$

với:

$$\mathbf{A}_G = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T = \begin{vmatrix} -1/T_{dk} & -\mathbf{k}_s^T K_{dk}/T_{dk} & k_d K_{dk}/T_{dk} \\ \mathbf{b}_s & \mathbf{A}_s & \mathbf{O} \\ 0 & -\mathbf{c}_s^T/T_i & 0 \end{vmatrix}, \quad (1\text{-}110)$$

$$\mathbf{b}_{Gc} = \mathbf{b}_c + \mathbf{b}k_c = \begin{vmatrix} k_c K_{dk}/T_{dk} \\ \mathbf{O} \\ 1/T_i \end{vmatrix} ; \ \mathbf{b}_{Gf} = \mathbf{b}_f - \mathbf{b}k_f = \begin{vmatrix} -k_f K_{dk}/T_{dk} \\ \mathbf{b}_{sf} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (1\text{-}111)$$

2. Phương trình đặc tính của hệ tổng thể

Khi cho c = 0, f = 0 ở (1-109) và dùng biến đổi Laplace ta có:

$$p\mathbf{x}(p) - \mathbf{x}_0 = \mathbf{A}_G\mathbf{x}(p) \quad (1\text{-}112)$$

ở đây x_0 là trị số ban đầu của vectơ trạng thái tổng thể. Ta có:

$$\mathbf{x}(p) = (p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)^{-1}\mathbf{x}_0 = \frac{1}{\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)}(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)\mathrm{adj}\mathbf{x}_0. \quad (1\text{-}113)$$

Từ (1-113) ta xác định phương trình đặc tính của hệ kín:

$$F(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G) = p^n + \gamma_{n-1}p^{n-1} + ... + \gamma_1 p + \gamma_0 = 0. \quad (1\text{-}114)$$

các hệ số γ_i phụ thuộc vào k_s^T và k_d, tùy theo ma trận $\mathbf{A}_G$ ở (1-110). Phương trình đặc tính này cho phép xác định các cực của hệ tổng thể.

Ngược lại, nếu các cực p_1, p_2, ... p_n đều được cho trước, người ta có thể biểu thị phương trình đặc tính ở dạng khác:

$$F(p) = (p - p_1)(p - p_2) ... (p - p_n) = p^n + \alpha_{n-1}p^{n-1} + ... + \alpha_1 p + \alpha_0 = 0 \quad (1\text{-}115)$$

Mối quan hệ giữa các cực p_i và hệ số α_i được xác định theo định lý Viete:

$$\begin{aligned} \alpha_{n-1} &= -(p_1 + p_2 + ... + p_n), \\ \alpha_{n-2} &= p_1p_2 + p_1p_3 + ... + p_{n-1}p_n, \\ &.................. \\ \alpha_0 &= (-1)^n p_1p_2 ... p_n. \end{aligned} \quad (1\text{-}116)$$

Bằng cách quan sát (1-114) và (1-115) ta có:

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \alpha_i, \\ i &= 0, 1, ..., n - 1. \end{aligned} \quad (1\text{-}117)$$

3. Áp đặt các cực và xác định hệ số phản hồi trạng thái

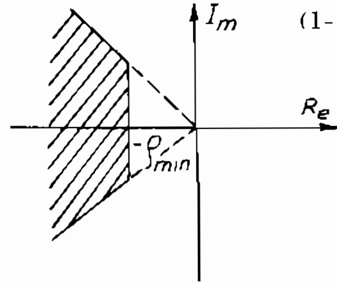
Để xác định các hệ số phản hồi trạng thái, người ta dùng nguyên tắc áp đặt các nghiệm cực. Có n nghiệm cực p_1, p_2, ..., p_n của hệ kín tổng thể và từ đó tìm các hệ số k_s và k_d(n_s + 1 = n - 1 hệ số); trạng thái $x_{dk} \equiv u$ (h.1-32) không có mạch phản hồi. Áp đặt $n = n_s + 2$ nghiệm cực không phải một cách tự do mà tính đến những điều kiện hạn chế:

Angorit Leverrier [2] và định lý Viete xác định biểu thức sau:

$$-\alpha_{n-1} = \sum_{k=1}^{n} p_k = trA_G = -\frac{1}{T_{dk}} + trA_s \qquad (1\text{-}118)$$

Tổng của các nghiệm cực không phụ thuộc k_s^T và k_d. Điều kiện thứ hai là hệ số suy giảm tuyệt đối cực tiểu ρ_{min} phải tương đối thích hợp. Hệ số suy giảm tương đối tối ưu được đặc trưng bởi một cặp nghiệm phức liên hợp có phần thực và ảo như nhau. Do đó tương ứng với (1-118):

$$\rho_{min} \leq \frac{1}{n}\left(\frac{1}{T_{dk}} - tr\ A_s\right) \ldots \qquad (1\text{-}119)$$



Hình 1-36.

Điều kiện giới hạn này có được khi đặt:

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = -\rho_{min}.$$

Vùng để áp đặt các nghiệm cực được gạch sọc ở h.1-36, ít nhất nên có một đôi nghiệm phức liên hợp nằm ở vùng giới hạn. Trường hợp n >4 cần tính đến ma trận **điều khiển được**

$$Q_c = [b \quad Ab \ \ldots \ A^{n-1}b] \qquad (1\text{-}120)$$

Sau khi tập hợp các hệ số của đa thức đặc tính (1-115) dưới dạng vectơ hàng:

$$\alpha^T = [\alpha_0\ \alpha_1\ \ldots\ \alpha_{n-1}\ ], \qquad (1\text{-}121)$$

Véc tơ hàng của phản hồi trạng thái:

$$\mathbf{k}^T = [\alpha^T \quad 1]E, \qquad (1\text{-}122)$$

mà:

$$E = \begin{vmatrix} e^T \\ e^T A \\ \vdots \\ e^T A^{n-1} \\ e^T A^n \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}123)$$

là ma trận (n + 1, n), véc tơ hàng e^T là nghiệm của hệ phương trình tuyến tính:

$$\mathbf{e}^T Q_c = [\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 1] \qquad (1\text{-}124)$$

Bằng cách áp đặt n cực $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ta tính được véctơ hàng $\mathbf{k}^T$ gồm có các hệ số của các phản hồi trạng thái $k_1, k_2, \ldots, k_{ns}$ và k_d.

4. Xác định hệ số tín hiệu đặt k_c

Hệ số k_c không xác định theo phương pháp áp đặt các cực. Nếu yêu cầu đặt **ra** là ở trạng thái xác lập không có nhiễu, bộ điều chỉnh tích phân không tham gia, ta đặt $x_{d} = 0$ và lúc bấy giờ y phụ thuộc duy nhất vào c thông qua hệ số k_c. Ta có cùng điều kiện với trường hợp không có bộ điều chỉnh tích phân trong hệ. Bộ điều chỉnh tích phân tham gia vào quá trình quá độ và xác lập để hiệu chỉnh những biến đổi nhỏ của thông số và loại trừ ảnh hưởng của nhiễu. Thực tế cho thấy phương pháp này cho lượng quá điều chỉnh lớn.

Một phương pháp khác là xác định k_c bằng cách bù trừ một nghiệm cực của hệ tổng thể kín. Ta dùng một số biến đổi sau:

$$G(p) = \frac{G_1(p)(k_c + \frac{k_d}{pT_i})}{1 + G_1(p)\frac{k_d}{pT_i}} = \frac{k_d + pk_cT_i}{k_d + \frac{pT_i}{G_1(p)}} = k_cT_i\frac{p + \frac{k_d}{k_cT_i}}{k_d + \frac{pT_i}{G_1(p)}} \quad (1\text{-}125)$$

Hàm truyền đạt G(p) có một nghiệm không, bằng $-\frac{k_d}{k_cT_i}$ và nếu bù với nghiệm cực p_k, ta xác định được:

$$k_c = -\frac{k_d}{p_kT_i} \quad (1\text{-}126)$$

5. Xác định hệ số bù nhiễu k_f

Trở lại với điều kiện đầu - bộ điều chỉnh tích phân không tham gia ở quá trình xác lập: $x_d = 0$. Ở trạng thái xác lập $\dot{x}_{dk} = 0$; $\dot{x} = 0$ từ đó:

$$\mathbf{A}_s\mathbf{x}_s = -(\mathbf{b}_s u + b_{sf}f), \quad (1\text{-}127)$$

$$u = K_{dk}u_{dk}, \quad (1\text{-}128)$$

$$u_{dk} = k_c c - k_f f - \mathbf{k}_s^T\mathbf{x}_s. \quad (1\text{-}129)$$

Phương trình (1-127) có dạng:

$$(\mathbf{A}_s - K_{dk}\mathbf{b}_s\mathbf{k}_s^T)\mathbf{x}_s = -[K_{dk}\mathbf{b}_s k_c c + (\mathbf{b}_s f - K_{dk}\mathbf{b}_s k_f)f] \quad (1\text{-}130)$$

Cuối cùng ta có:

$$y = c = \mathbf{c}_s^T\mathbf{x}_s = \mathbf{c}_s^T(K_{dk}\mathbf{b}_s\mathbf{k}_s^T - \mathbf{A}_s)^{-1}[K_{dk}\mathbf{b}_s k_c c + (\mathbf{b}_{sf} - K_{dk}\mathbf{b}_s k_f)f] \quad (1\text{-}131)$$

Từ đó ta xác định k_c và k_f:

$$k_c = \frac{1}{\mathbf{c}_s^T(K_{dk}\mathbf{b}_s\mathbf{k}_s^T - \mathbf{A}_s)^{-1}\mathbf{b}_s K_{dk}} , \qquad (1\text{-}132)$$

$$k_f = \frac{\mathbf{c}_s^T(K_{dk}\mathbf{b}_s\mathbf{k}_s^T - \mathbf{A}_s)^{-1}\mathbf{b}_s f}{\mathbf{c}_s^T(K_{dk}\mathbf{b}_s\mathbf{k}_s^T - \mathbf{A}_s)\mathbf{b}_s K_{dk}} \ldots \qquad (1\text{-}133)$$

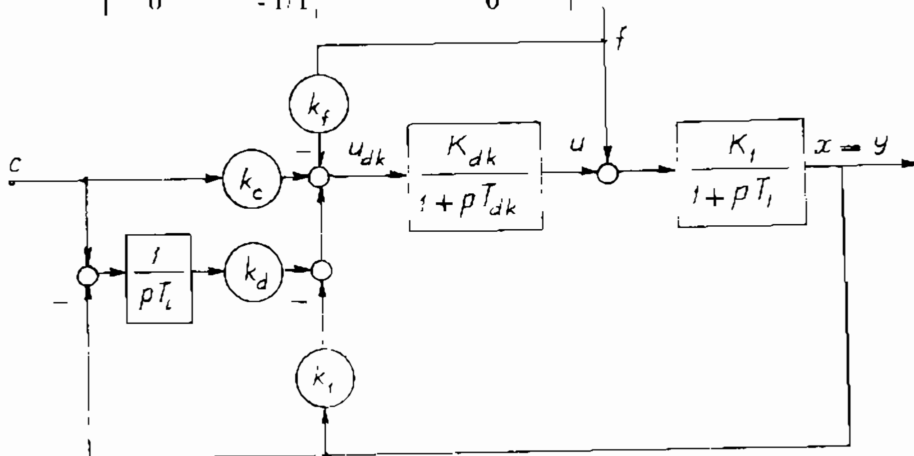
Như trên đã nói, (1-132) cho lượng quá điều chỉnh lớn còn (1-133) cho trị số k_f với kết quả tốt. Trường hợp cá biệt, khi nhiễu tác động ở đầu vào của đối tượng là $b_{sl} = b_f$, ta có $k_l = 1/K_{dk}$.

I.2.3.4. Ví dụ ứng dụng

Ta khảo sát hệ điều chỉnh ở h.1-37. Đối tượng là một khâu quán tính có $K_l = 1$, $T_1 = 0{,}06$ s, cơ cấu điều khiển: $K_{dk} = 1{,}2$; $T_{dk} = 0{,}00167$ s. Hãy xác định thông số của bộ điều chỉnh trạng thái k_c, k_d, k_l, k_f. Với bài toán đã cho ta có:

$$A_s = -\frac{1}{T_1} ; \; b_s = \frac{K_l}{T_1} ; \; b_{sl} = b_s; \; c_s^T = 1; \qquad (1\text{-}134)$$

$$\mathbf{A}_G = \begin{vmatrix} -1/T_{dk} & -k_l K_{dk}/T_{dk} & k_d K_{dk}/T_{dk} \\ K_l/T_l & -1/T_l & 0 \\ 0 & -1/T_i & 0 \end{vmatrix} ; \qquad (1\text{-}135)$$



Hình 1-37.

Phương trình đặc tính có dạng

$$F(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G) = \det \begin{vmatrix} p + 1/T_{dk} & k_1 K_{dk}/T_{dk} & -k_d K_{dk}/T_{dk} \\ -K_1/T_1 & p + 1/T_1 & 0 \\ 0 & 1/T_i & p \end{vmatrix}$$

$$= p^3 + \left(\frac{1}{T_{dk}} + \frac{1}{T_1}\right)p^2 + \left(\frac{1}{T_{dk}}\frac{1}{T_1} + k_1 \frac{K_{dk}}{T_{dk}}\frac{K_1}{T_1}\right)p +$$

$$+ \frac{k_d}{T_1}\frac{K_{dk}}{T_{dk}}\frac{K_1}{T_1} \; ; \qquad (1\text{-}136)$$

Vì $n = 3$, ta có ba nghiệm cực và theo (1-118):

$$p_1 + p_2 + p_3 = \mathrm{tr}\,\mathbf{A}_G = -\left(\frac{1}{T_{dk}} + \frac{1}{T_1}\right) = -\,615{,}46 \qquad (1\text{-}137)$$

Theo (1-106) và (1-111)

$$\mathbf{c}^T = [0 \quad 1 \quad 0],$$

$$\mathbf{b}_{Gc} = \begin{vmatrix} k_c\, K_{dk}/T_{dk} \\ 0 \\ 1/T_1 \end{vmatrix}.$$

và theo $\mathbf{c}^T$, $\mathbf{b}_{Gc}$ trên:

$$(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)_{adj} = \begin{vmatrix} X & X & X \\ -\mathbf{A}_{12} & X & -\mathbf{A}_{32} \\ X & X & X \end{vmatrix},$$

và A_{12}, A_{32} xác định theo **F(p)**:

$$A_{12} = \begin{vmatrix} -K_1/T_1 & 0 \\ 0 & p \end{vmatrix} = -\frac{K_1}{T_1}.\,p,$$

$$A_{32} = \begin{vmatrix} p + 1/T_{dk} & -k_d K_{dk}/T_{dk} \\ -K_1/T_1 & 0 \end{vmatrix} = -k_d.\,\frac{K_{dk}}{T_{dk}}.\,\frac{K_1}{T_1}.$$

Từ (1-105) và (1-109):

$$G(p) = \frac{1}{\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)} c^T(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_G)\mathrm{adj}\, \mathbf{b}_{Gc} = \frac{k_c \frac{K_{dk}}{T_{dk}} \frac{K_1}{T_1}(p + \frac{k_d}{k_c T_i})}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)}$$

Ở trạng thái xác lập (p = 0), G(0) = 1;

$$\frac{K_{dk}}{T_{dk}} \frac{K_1}{T_1} \frac{k_d}{T_i} = - p_1p_2p_3. \qquad (1\text{-}138)$$

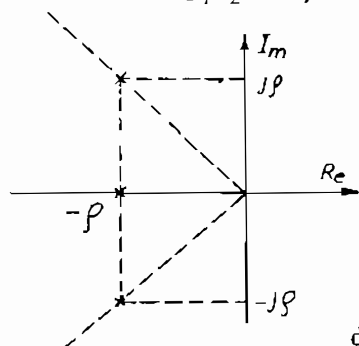
Đó là hệ số cuối cùng của biểu thức đặc tính **F(p)**: $\gamma_0 = \alpha_0$. Theo định lý Viete (1-116) hệ số này bằng tích của các nghiệm cực. Như trên đã nói, ta sẽ bù trừ nghiệm cực p_3, do đó (1-126) cho ta:

$$\frac{k_d}{k_c T_1} = - p_3. \qquad (1\text{-}139)$$

Hàm truyền lúc bây giờ là: $G(p) = \frac{p_1p_2}{(p - p_1)(p - p_2)}$, ta thấy bậc của hệ giảm, nghĩa là chất lượng động được nâng cao. Biểu thức này cho phép tính hàm quá độ của hệ, sau khi áp đạt các cực.

Với ví dụ trên, theo phương pháp áp đặt tối ưu các cực, ta chọn:

$$p_{1,2} = -\rho \pm j\rho;\ p_3 = -\rho. \qquad (1\text{-}140)$$



Hình 1-38.

Để giản đơn, ta lấy:

$$\rho = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{T_{dk}} + \frac{1}{T_1}\right). \qquad (1\text{-}141)$$

Vì $T_{dk} \ll T_1$, nên: $\rho \approx \frac{1}{3T_{dk}}$

Với ba nghiệm áp đặt, đa thức đặc tính có dạng:

$$F(p) = (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3) =$$

$$= p^3 - (p_1 + p_2 + p_3)p^2 + (p_1p_2 + p_1p_3 + p_3p_2)p - p_1p_2p_3. \qquad (1\text{-}142)$$

Kết hợp với biểu thức (1-136):

ta có $\frac{1}{T_{dk}} + \frac{1}{T_1} = -(p_1 + p_2 + p_3) = 3\rho$

$$\frac{1}{T_{dk}}\frac{1}{T_1} + k_1\frac{K_{dk}}{T_{dk}}\frac{K_1}{T_1} = p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3. \quad (1\text{-}143)$$

$$\frac{k_d}{T_i}\frac{K_{dk}}{T_{dk}}\frac{K_1}{T_1} = -p_1p_2p_3.$$

Phương trình thứ nhất khẳng định lại (1-140). Phương trình thứ hai cho ta xác định:

$$k_1 = \frac{T_{dk}T_1(p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3) - 1}{K_{dk}K_1} \quad (1\text{-}144)$$

Phương trình thứ ba ở (1-143) cho phép xác định hệ số phản hồi trạng thái của bộ điều chỉnh tích phân:

$$\frac{k_d}{T_i} = -\frac{T_{dk}T_1}{K_{dk}K_1}p_1p_2p_3. \quad (1\text{-}145)$$

Sau khi thay thế các nghiệm, theo (1-140) ta có:

$$k_1 = \frac{T_{dk}T_14\rho^2 - 1}{K_{dk}K_1} = \frac{4}{9K_{dk}K_1}\left(\frac{T_1^2 + T_{dk}^2}{T_1T_{dk}} - \frac{91}{4}\right) = 13{,}217$$

$$\frac{k_d}{T_i} = \frac{T_{dk}T_1}{K_{dk}K_1}2\rho^3 = \frac{2}{27K_{dk}K_1}\frac{(T_1 + T_{dk})^3}{T_1^2T_{dk}^2} = 1434{,}2571$$

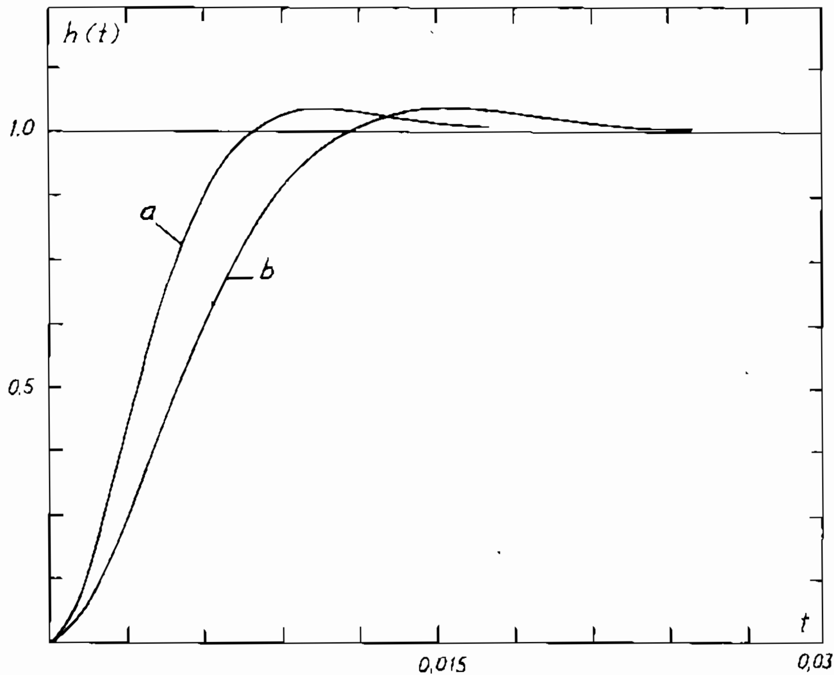
Từ (1-126):

$$k_c = \frac{k_d}{\rho T_i} = \frac{T_{dk}T_1}{K_{dk}K_1}2\rho^2 = \frac{2}{9K_{dk}K_1}\frac{(T_1 + T_{dk})^2}{T_1T_{dk}} = 7{,}0279.$$

và cuối cùng $k_f = \frac{1}{K_{dk}} = 0{,}8333.$

Kết quả mô hình hóa cho thấy so với chế độ tối ưu bù đủ các hằng số thời gian lớn (đường a ở h.1-23 hay h.1-39) thời gian đáp ứng có lớn hơn $t_m \approx 0{,}012$ nhưng lượng quá điều chỉnh ở bộ điều chỉnh trạng thái (đường b ở h.1-39) không khác ở chế độ tối ưu bù đủ theo tiêu chuẩn phẳng. Ở bộ điều

chỉnh trạng thái, chế độ tối ưu không phải chỉ phụ thuộc hằng số thời gian bé.

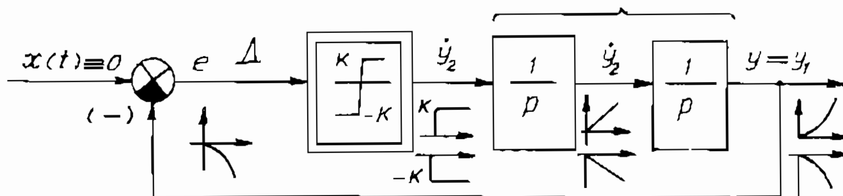


Hình 1-39.

I.2.4. BỘ ĐIỀU CHỈNH LÀM VIỆC Ở CHẾ ĐỘ TRƯỢT

I.2.4.1 Chế độ trượt ở hệ rơle

Trên h.1-40 là một đối tượng điều khiển gồm hai khâu tích phân được điều khiển bởi một rơle hai vị trí.



Hình 1-40.

Ta có thể có hệ phương trình sau:

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2$$
$$\frac{dy_2}{dt} = \pm K \qquad (1-146)$$

Chia hai phương trình này cho nhau

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \pm \frac{K}{y_2}, \qquad (1-147)$$

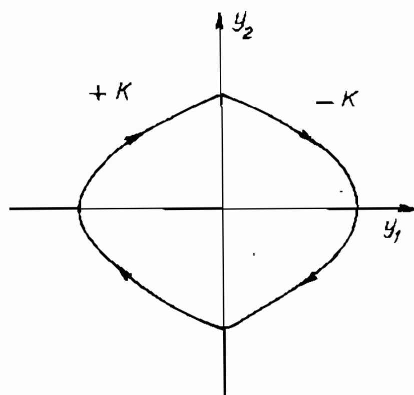
$$y_2dy_2 \pm Kdy_1 = 0;$$

từ đó: $$\frac{y_2^2}{2} \pm Ky_1 = C. \qquad (1-148)$$

(1-148) là phương trình parabôn mà quỹ đạo pha là 2 nửa parabôn với đường chuyển đổi:

$$e = -y_1 = 0 \text{ (trục } y_2)$$

Quỹ đạo pha này ứng với chế độ tự dao động trong hệ rơle: dao động với biên độ không đổi khi mất cả tín hiệu vào x(t) = 0.

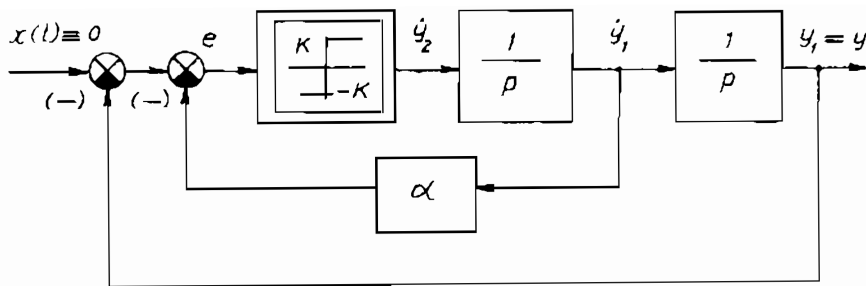


Hình 1-41.

Thật vậy, khi cho x(t) một xung lượng dương rất bé ở đầu vào, (lúc đầu hệ chưa làm việc, phản hồi không có tín hiệu) ở đầu ra của rơle lý tưởng có đại lượng +K; y_2 - đầu ra của khâu tích phân có tín hiệu Kt; y_1 - đầu ra của hệ có hàm $K\frac{t^2}{2}$. Sau khi qua mạch phản-hồi, đổi dấu và trở về đầu vào rơle với đại lượng âm. Do đó đầu ra của rơle sẽ là -K và quá trình cứ thế mà tiếp diễn (ở đây độc giả có thể giải thích vì sao với tín hiệu kích thích rất bé ở đầu vào có thể tạo nên giao động bất tận, năng lượng ấy từ đâu?).

Để hệ trở về trạng thái cân bằng, có thể dùng phản hồi nội như sơ đồ trên h.1-42.

Đường chuyển đổi luôn tương ứng với e = 0 vì:



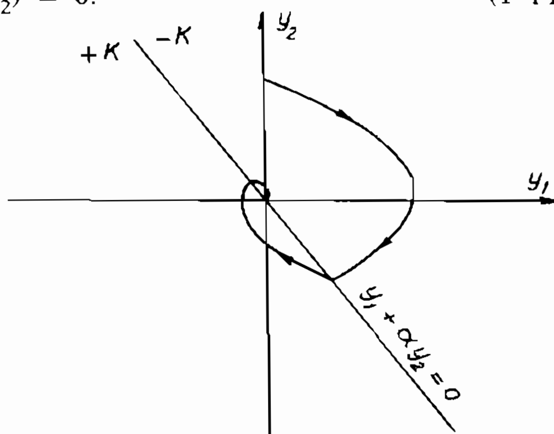
Hình 1-42.

$$e > 0,\ \dot{y}_2 = +K$$
$$e < 0,\ \dot{y}_2 = -K$$

Trong trường hợp có phản hồi nội, đường chuyển đổi là đường thẳng qua gốc trục như ở h.1-43, vì:

$$e = -(y_1 + \alpha y_2) = 0. \qquad (1\text{-}149)$$

Quỹ đạo pha hội tụ về gốc trục và giao động tắt dần. Nếu quan sát kỹ quỹ đạo pha, với hệ số phản hồi lớn, ta thấy có một đoạn thẳng AB của đường chuyển đổi mà trong phạm vi này chuyển động sẽ được thực hiện theo chế độ trượt nghĩa là theo đường chuyển đổi chứ không theo quỹ đạo pha (xem h.1-44).



Hình 1-43.

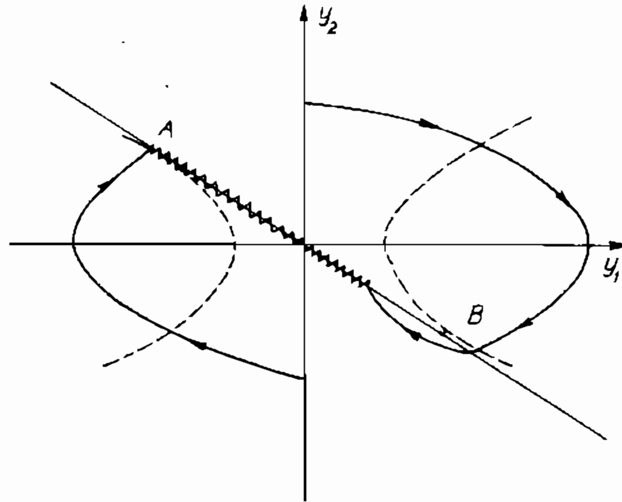
Ở hệ rơle thực (có vùng kém nhạy nhất định) chuyển động sẽ theo đường gãy khúc như ở h.1-44.

Ở chế độ trượt, hệ có hành vi như một hệ tuyến tính và chất lượng của hệ thống được nâng cao. Đó là một dạng của những hệ có cấu trúc biến đổi.

Mặc dù hệ có những ưu điểm quan trọng (tính bền vững khi thông số biến đổi) nhưng việc ứng dụng trong thực tế có những hạn chế như: cơ cấu

làm việc ở chế độ rung nặng nề và khi hệ bậc cao, phải dùng một số khâu vi phân.

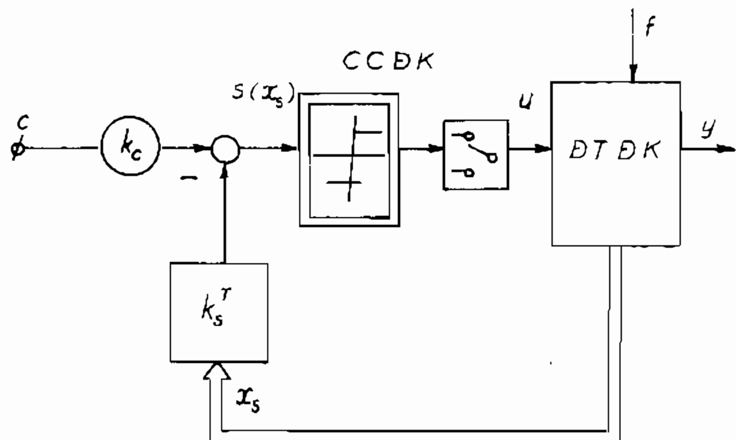
Thế nhưng, thay vì rơle làm việc ở chế độ nặng nhọc, những cơ cấu điện tử như các bộ rung cho phép làm việc với tần số cao đã khắc phục nhược điểm nói trên.



Hình 1-44.

1.2.4.2. Điều chỉnh theo chế độ trượt

Ở h. 1-45 có sơ đồ khối của hệ điều chỉnh làm việc theo chế độ trượt với luật chuyển đổi ở mạch phản hồi trạng thái.



Hình 1-45.

Đại lượng điều khiển u từ cơ cấu điều khiển (CCĐK) chỉ có hai giá trị u_{max} và u_{min}. Luật chuyển đổi được thực hiện bằng phần tử phi tuyến:

$$u = u_{max}, \text{ nếu } s(\mathbf{x}_s) > 0 \; ; \qquad u = u_{min}, \text{ nếu } s(\mathbf{x}_s) < 0. \qquad (1\text{-}150)$$

và theo (h.1-45): $s(\mathbf{x}_s) = k_c c - \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s$. (1-151)

Cũng như ở hệ điều chỉnh trạng thái thông thường (1-91), nếu tính đến tác động của nhiễu ta có:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s u + \mathbf{b}_{sf} f, \qquad (1\text{-}152)$$
$$y = \mathbf{c}_s^T \mathbf{x}_s.$$

Ở đây cơ cấu điều khiển sẽ thực hiện chức nang chuyển đổi, có thời gian trễ rất bé.

Để triệt tiêu sai lệch tĩnh người ta dùng bộ điều chỉnh tích phân. Khi có những tín hiệu trạng thái không đo được, dùng đến cơ cấu quan sát như ở phương pháp điều chỉnh trạng thái thông thường.

Khi có chế độ trượt, lượng điều khiển nhanh chóng chuyển đổi giữa hai đại lượng u_{max} và u_{min} ở trạng thái quá độ cũng như xác lập. Tần số chuyển đổi phụ thuộc vào thông số của hệ và độ trễ của đặc tính phi tuyến. Trường hợp lý tưởng là độ trễ vô cùng bé và tần số chuyển đổi vô cùng lớn; và ở mọi thời điểm:

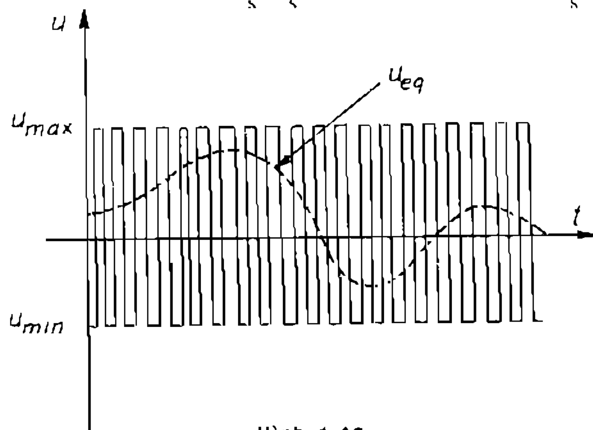
$$s(\mathbf{x}_s) = k_c c - \mathbf{k}_s^T \mathbf{x}_s = 0. \qquad (1\text{-}153)$$

Đạo hàm theo thời gian cũng luôn bằng không, nghĩa là: $\dot{s}(\mathbf{x}_s) = 0$. Kết hợp (1-153) và (1-152) ta có:

$$\dot{s}(\mathbf{x}_s) = k_c\dot{c} - \mathbf{k}_s^T\dot{\mathbf{x}}_s = k_c\dot{c} - \mathbf{k}_s^T(\mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s u + \mathbf{b}_{sf} f) \qquad (1\text{-}154)$$

Để (1-154) có nghĩa, lượng điều khiển u phải có trị số xác định: lượng điều khiển tương đương u_{eq}; do đó:

$$u_{eq} = -\frac{1}{\mathbf{k}_s^T\mathbf{b}_s}\mathbf{k}_s^T(\mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{b}_{sf} f) + \frac{1}{\mathbf{k}_s^T\mathbf{b}_s}k_c\dot{c} \qquad (1\text{-}155)$$



Hình 1-46.

Để u_{eq} hữu hạn, $\mathbf{k}_s^T\mathbf{b}_s \neq 0$. Đó là điều kiện nội tại để có chế độ trượt. Có thể xem lượng điều khiển tương đương u_{eq} như đại lượng trượt trung bình của tín hiệu điều khiển khi nó nhanh chóng chuyển đổi giữa u_{max} và u_{min} như ở h.1-46. Cách

lại vấn đề như vậy cho phép rút ra điều kiện tồn tại chế độ trượt.

$$u_{min} \leq u_{eq} \leq u_{max}. \qquad (1\text{-}156)$$

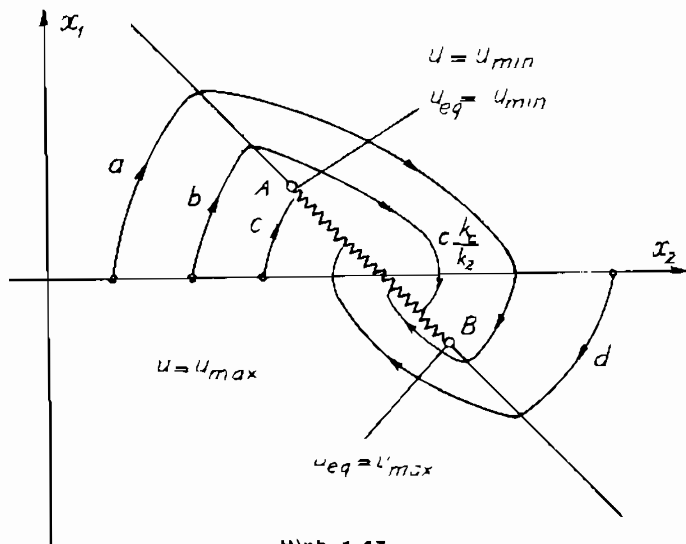
Trường hợp đối tượng điều khiển là hệ bậc hai, (1-153) có dạng:

$$s(\mathbf{x}_g) = k_c c - (k_1 x_1 + k_2 x_2) = 0 \qquad (1\text{-}157)$$

và đường chuyển đổi là đường thẳng (h.1-44), nếu cho $k_1 = 1$, ta có:

$$x_1 = k_c c - k_2 x_2. \qquad (1\text{-}158)$$

Đoạn AB trên đường chuyển đổi ấy có chế độ trượt cho đến trạng thái cân bằng xác định bởi tín hiệu đặt c. Ở chế độ trượt, hệ thống làm việc như hệ bậc một vì quỹ đạo tương ứng với đường thẳng chuyển đổi. Ở quá trình quá độ, bậc sẽ giảm đi ở chế độ trượt, đó là đặc điểm của nguyên lý làm việc này.



Hình 1-47.

Cũng như ở bộ điều chỉnh trạng thái, việc tổng hợp hệ làm việc ở chế độ trượt có thể thực hiện theo phương pháp áp đặt nghiệm cực hay các phương pháp tối ưu khác [4], đề cập đến ở phần II

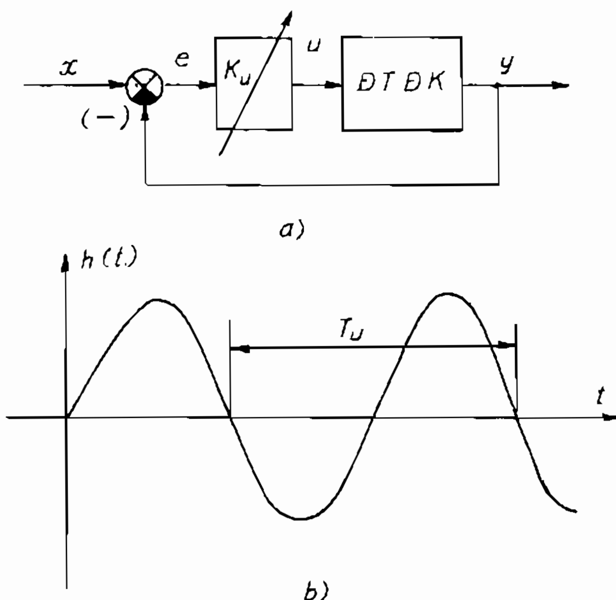
Điều chỉnh theo chế độ trượt cho phép sử dụng cơ cấu điều khiển tác động nhanh. Với những điều kiện nhất định hệ thống sẽ có tính bền vững nghĩa là sự thay đổi thông số của hệ không làm ảnh hưởng đến hành vi của nó.

1.2.5. XÁC ĐỊNH THÔNG SỐ TỐI ƯU CỦA BỘ ĐIỀU CHỈNH THEO PHƯƠNG PHÁP QUY HOẠCH THỰC NGHIỆM

1.2.5.1. Khái niệm chung

Trong những mục trên, để chọn và xác định thông số của bộ điều chỉnh cần có lượng thông tin đầy đủ: cấu trúc và thông số của đối tượng, nhiễu tác

... thông. Cho nên bước đầu tiên là nhận dạng đối tượng.



Hình 1-48.

Nhiều trường hợp, việc nhận dạng đối tượng có khó khăn hoặc không thể thực hiện được. Ziegler - Nichols đã đề ra phương pháp xác định thông số của bộ điều chỉnh không qua nhận dạng [3].

Một bộ điều chỉnh tỷ lệ được đưa vào hệ thống như ở h.1-48a và tăng dần thông số của nó sau khi đặt tín hiệu bậc thang ở đầu vào. Khi có chế độ dao động với biên độ không đổi của hàm quá độ (h.1-48b), các thông số tương ứng như k_u, T_u được sử dụng để xác định thông số của các bộ điều chỉnh khác nhau theo bảng 1-4.

Bảng 1-4

BĐC	HÀM TRUYỀN	k_{dc}	T_i	T_d
P	$W_{dc}(p) = k_{dc}$	0.5 K_u	-	-
PI	$W_{dc}(p) = k_{dc}(1 + \frac{1}{pT_i})$	0.45 K_u	0.83 T_u	-
PID	$W_{dc}(p) = k_{dc}(1 + \frac{1}{pT_i} + pT_d)$	0,6 K_u	0,5 T_u	0,125 T_u

Việc chọn bộ điều chỉnh này hay bộ điều chỉnh khác tùy thuộc yêu cầu về chất lượng động và tĩnh cụ thể.

Do sự phát triển của khoa học - công nghệ, việc đánh giá chất lượng của hệ ngày một chính xác hơn, và tính đa dạng của đối tượng cũng được mở

rộng, các hệ số thực nghiệm trên tuy đã được tổng kết trong một thời gian dài cũng chỉ nên áp dụng như số liệu định hướng ban đầu. Hơn nữa, trong nhiều trường hợp không cho phép hệ làm việc ở chế độ dao động với biên độ lớn trong thời gian lâu để xác định các thông số K_u và T_u.

Phương pháp quy hoạch thực nghiệm được áp dụng sớm trong các lĩnh vực hóa chất, luyện kim v.v... cho phép với số lượng thí nghiệm ít nhất vẫn xác định được các nhân tố tối ưu cho một quá trình [19].

Với một quá trình đã cho, mô hình toán học có thể biểu thị bằng chuỗi Taylo:

$$y = F(x_1, ..., x_k) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_j + \sum_{i, j=1}^{k} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^{k} \beta_{jj} x_j^2 + ... \quad (1\text{-}159)$$

Nếu trong quá trình tồn tại những biến có thể quan sát được và điều khiển được, biến đổi của y là ngẫu nhiên thì các hệ số hồi quy b_0, b_j, b_{ij}, b_{jj} từ thực nghiệm sẽ là ước lượng của β_0, β_j, β_{ij}, β_{jj}:

$$\hat{y} = \hat{F}(x_1, ..., x_k) = b_0 + \sum_{j=1}^{k} b_j x_j + \sum_{i, j=1}^{k} b_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^{k} b_{jj} x_j^2 + ... \quad (1\text{-}160)$$

mà chúng được xác định theo phương pháp bình phương nhỏ nhất.

$$J = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{N} [y_i - F(x_i, b_0, b_j ...)]^2 = \min \quad (1\text{-}161)$$

Các hệ số hồi quy được xác định từ điều kiện tối ưu:

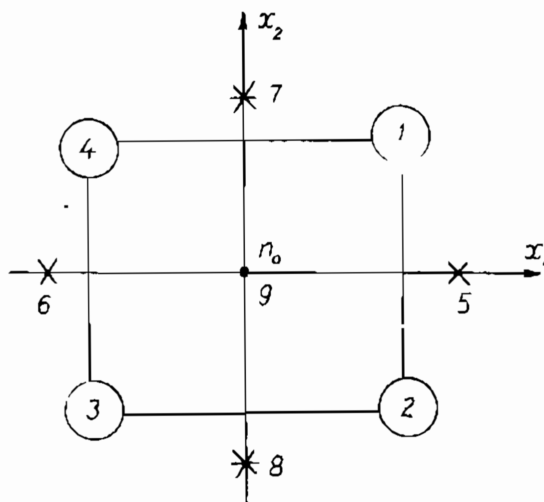
$$\frac{\partial J}{\partial b_0} = 0 \, , \; \frac{\partial J}{\partial b_j} = 0 \, , \; \frac{\partial J}{\partial b_{ij}} = 0 \quad (1\text{-}162)$$

Nếu dùng phương pháp quy hoạch thực nghiệm để nhận dạng đối tượng [27] thì nhân tố của quy hoạch là thông số của mô hình có cấu trúc xác định trước và chỉ tiêu chất lượng có thể là bình phương sai lệch giữa đáp ứng của đối tượng và của mô hình song song.

Nếu dùng quy hoạch thực nghiệm để xác định thông số của cơ cấu điều khiển hay bộ điều chỉnh, không qua nhận dạng, thì nhân tố của quy hoạch là thông số của cơ cấu điều khiển hay bộ điều chỉnh đã chọn trước, và chất lượng của hệ được mô tả theo phương trình hồi quy (1-160) [28] mà ta sẽ xác định các hệ số b_0, b_j, b_{ij}, b_{jj} bằng một số lượng thực nghiệm không lớn.

1.2.5.2. Xác định thông số tối ưu của bộ điều chỉnh

Thông số của bộ điều chỉnh là k_{dc}, T_i, T_d hoặc dưới dạng khác; T_n, T_v, T_i tương ứng với nhân tố x_1, x_2, x_3 ở phương trình hồi quy. Chẳng hạn khi dùng bộ điều chỉnh tỷ lệ tích phân (PI) ta có 2 thông số - k_{dc} và T_i. Sau khi mắc bộ điều chỉnh này vào hệ thống mà đối tượng điều khiển chưa xác định, ta thay đổi k_{dc} và T_i với số lượng thí nghiệm ở 2 mức trong vùng tuyến tính là: $N = 2n = 4$ (n là số lượng các thông số cần biến đổi). Trong vùng gần tối ưu, thí nghiệm được thực hiện ở ba mức, và số lượng tổ hợp thí nghiệm là: $N = 2^n + 2n + n_0 = 9$ như ở h.1-49 (n_0 là số lượng thí nghiệm ở tâm quy hoạch). Phương trình hồi quy (1-160) được chọn trước. Sau khi thực nghiệm, việc kiểm nghiệm lại vùng quy hoạch là tuyến tính hay gần tối ưu, kiểm tra lại các hệ số hồi quy, mức độ phù hợp của phương trình hồi quy là dựa theo các tiêu chuẩn Student, Fisher cho trước [19]. Ở mỗi thí nghiệm, các thông số của bộ điều chỉnh tạo thành một tổ hợp (một điểm ở h.1-49) và cho kết quả nhất định về chất lượng J.



Hình 1-49.

Các hệ số của thông số tính theo đại lượng tương đối: (-1, 0, +1), các gia số ± 1 là trị số tương đối so với trị số gốc của thông số đã chọn.

Trong điều kiện quy hoạch là trực giao, các hệ số của phương trình hồi quy

$$\hat{J} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 \qquad (1\text{-}163)$$

được xác định đơn giản theo:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji} J_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2}, \quad (1\text{-}164)$$

$$b_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji} x_{Ki} J_i}{\sum_{i=1}^{N} (x_{ji} x_{Ki})^2}. \quad (1\text{-}165)$$

Nếu tồn tại cực trị thì tọa độ của điểm cực trị chính là thông số tối ưu mà ta cần tìm, xác định chất lượng tối ưu của hệ. Bằng một trong các phương pháp tối ưu chuyển động đến cực trị, ta có thể xác định được thông số cần tìm.

1.2.5.3. Ví dụ ứng dụng

Với hệ điều chỉnh tốc độ động cơ đã khảo sát ở h.1-18, ta dùng bộ điều chỉnh PID với cấu trúc:

$$W_{dc}(p) = \frac{(T_n p + 1)(T_v p + 1)}{T_i p}.$$

Để dễ quan sát trên mặt phẳng thông số ta biến đổi 2 đại lượng:

$$T_n = T_v = (0{,}05 \pm 0{,}01)\ \text{s}.$$

Chỉ tiêu chất lượng được đánh giá theo thời gian quá độ và lượng quá điều chỉnh. Kết quả thực nghiệm ghi ở bảng 1-5. Khi làm thực nghiệm 3 mức, ngoài 2n thí nghiệm gốc (1 đến 4) gọi là "*nhân*" còn có 2n thí nghiệm gọi là "*điểm sao*" (5 đến 8) và 1 điểm ở "*tâm*" (điểm 9). Tọa độ các "điểm sao" được xác định theo số lượng nhân tố như ở bảng 1-6. Để ma trận quy hoạch trở nên trực giao, việc tính toán trở nên đơn giản hơn, các hệ số bình phương đã được tính lại theo:

$$x_j' = x_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2}{N}. \quad (1\text{-}166)$$

Bảng 1-5

N_0	x_0	x_1	x_2	x_{12}	x'_1	x'_2	J
1	+1	+1	+1	+1	1/3	1/3	1,39
2	+1	+1	-1	-1	1/3	1/3	3,80
3	+1	-1	-1	+1	1/3	1/3	7,26
4	+1	-1	+1	-1	1/3	1/3	3,80
5	+1	+1	0	0	1/3	-2/3	1,70
6	+1	-1	0	0	1/3	-2/3	5,80
7	+1	0	+1	0	-2/3	1/3	1,70
8	+1	0	-1	0	-2/3	1/3	5,80
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	3.10

Kết quả tính toán theo số liệu ở bảng 1-5 cho ta các hệ số của phương trình hồi quy (1-163):

Bảng 1-6

n	2	3	4	5
Nhân	2^2	2^3	2^4	2^5
α	1	1,215	1,414	1,547

$$\hat{J} = 3,25 - 1,662x_1 - 1,662x_2 + 0,2625x_1x_2 + 0,425x_1^2 + 0,425x_2^2 \quad (1\text{-}167)$$

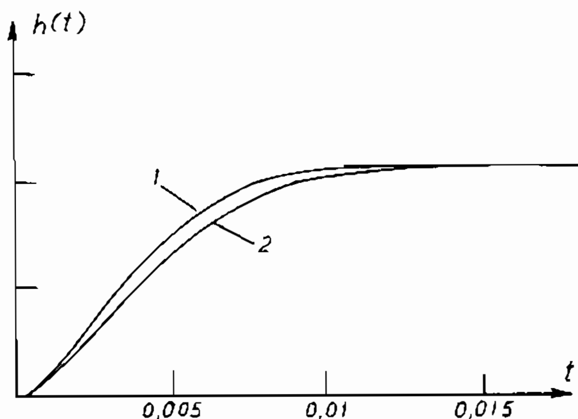
Với phương trình hồi quy (1-167), bằng phương pháp Gauss-Zieden điểm cực trị đã được xác định với:

$$T_n^* = 0,065 \text{ s},$$
$$T_v^* = 0,065 \text{ s},$$

với:

$T_t = 0,00461$ s = const.

Trên h.1-50 đường 1 là hàm quá độ của hệ điều chỉnh PID có thông số xác định theo phương pháp quy hoach thực nghiệm và đối tượng điều khiển chưa biết còn đường 2 là hàm quá độ của cùng hệ điều chỉnh tốc độ động cơ với bộ điều chỉnh PID



Hình 1-50.

những thông số xác định theo phương pháp tối ưu bù nghiệm trội của đối tượng có thông số và cấu trúc cho trước.

Như vậy, phương pháp quy hoạch thực nghiệm có thể dùng để xác định thông số tối ưu của bộ điều chỉnh khi đối tượng điều khiển chưa xác định, nhiễu tác động vào đối tượng cũng chưa biết và quá trình nhận dạng cũng không cần thiết. Chất lượng tối ưu là một chỉ tiêu bất kỳ (lượng quá điều chỉnh, thời gian quá độ riêng rẽ hay tiêu chuẩn hỗn hợp) miễn là tồn tại cực trị. Số lượng thực nghiệm không lớn mặc dù ở ví dụ này dùng quy hoạch toàn phần. Phương pháp quy hoạch thực nghiệm còn cho phép giảm nhỏ hơn nữa số lần thực nghiệm mà không ảnh hưởng đến độ chính xác đáng kể. Những thí nghiệm đã được thực hiện có thể được chọn để không ảnh hưởng đến chế độ làm việc bình thường của hệ.

I.3. TỐI ƯU HÓA THEO BÌNH PHƯƠNG CỰC TIỂU ĐỐI VỚI HỆ TÙY ĐỘNG TUYẾN TÍNH

I.3.1. KHÁI NIỆM

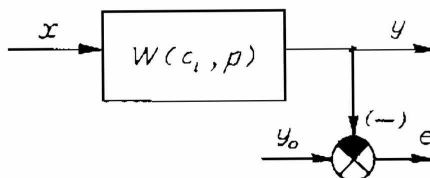
Ở mục I.2 đã đề cập đến các phương pháp xác định thông số tối ưu của cơ cấu điều khiển hay bộ điều chỉnh khi lượng thông tin ban đầu là tương đối đầy đủ: cấu trúc và thông số của đối tượng điều khiển trong phần lớn trường hợp đều đã xác định (loại trừ mục I.5), tín hiệu vào và nhiễu đều có dạng bậc thang hay một hàm xác định và cũng như không có điều kiện hạn chế ràng buộc nào được đặt ra.

Liệu hệ có làm việc tốt trong điều kiện thực tế, khi mà các tín hiệu tác động là ngẫu nhiên không?

Nội dung của phần này là xác định thông số tối ưu của hệ tùy động theo cực tiểu của bình phương sai lệch khi biết đặc tính thống kê (mật độ phổ) của tín hiệu vào và nhiễu.

I.3.2. XÁC ĐỊNH THÔNG SỐ TỐI ƯU KHI CHO TRƯỚC CẤU TRÚC CỦA CƠ CẤU ĐIỀU KHIỂN

I.3.2.1. Trường hợp không có điều kiện hạn chế



Hình 1-51.

Ở trường hợp tiền định trước đây, các thông số c_i có thể được xác định theo điều kiện cực tiểu của phiếm hàm

(h.1-51 hay h.1-2)

$$J_e(c_1, c_2, ..., c_k) = \int_0^\infty e^2(t)dt \qquad (1\text{-}168)$$

Theo định lý Parseval:

$$J_e = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty |E(j\omega)|^2 d\omega \qquad (1\text{-}169)$$

mà $E(p) = Y_0(p) - W(C_i, p)\ x\ (p)$ với $p \equiv j\omega$ (1-170)

Thông số tối ưu là nghiệm của các phương trình:

$$\frac{\partial J_e}{\partial c_i} = 0\ (i = 1, 2, ...\ k) \qquad (1\text{-}171)$$

Phương trình (1-171) có thể giải trực tiếp hoặc có thể dùng các bảng tính tích phân (ở phụ lục) sau khi đã đưa về dạng:

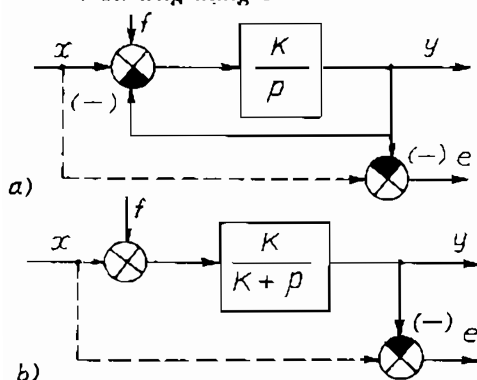
$$|E(j\omega)|^2 = E(j\omega)E(-j\omega) = \frac{b(-j\omega)\ b(j\omega)}{d(-j\omega)d(j\omega)} \qquad (1\text{-}172)$$

Trong trường hợp ngẫu nhiên, chất lượng được đánh giá theo trung bình bình phương của sai lệch, và bằng:

$$J_e(c_1, c_2, ..., c_k) = M\{e^2\} = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_e(\omega)d\omega. \qquad (1\text{-}173)$$

Mật độ phổ của sai lệch $S_e(\omega)$ cũng có thể đưa về dạng (1-172) trên và sau đó, dùng phương pháp xác định c_i như ở hệ tiền định (1-171).

Ví du ứng dụng 1



Hình 1-52.

Với hệ tùy động cho ở h.1-52a nhiễu f là ồn trắng và không tương quan với tín hiệu vào x:

$S_{ff}(\omega) = B^2,$

$S_{xf}(j\omega) = S_{fx}(j\omega) = 0.$

Hãy xác định thông số tối ưu của K với điều kiện sau:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{a^2A^2}{a^2 - \omega^2}$$

Trong trường hợp này tín hiệu ra lý tưởng chính là tín hiệu vào ($y_d = x$) theo h.1-2. Hình 1-52a và b tương đương nhau vì hệ kín được xác định bởi:

$$W(p) = \frac{K/p}{1 + K/p} = \frac{K}{K + p}.$$

Sai lệch được xác định bởi:

$$\begin{aligned} e &= y_0 - y = x - y = x - W(p)(x + f) \\ &= [1 - W(p)]x - W(p)f \\ &= \frac{p}{K + p}x - \frac{K}{K + p}f. \end{aligned}$$

Từ đó: $E(p) = W_x(p)X(p) - W_f(p)E(p)$.

$W_x(p)$ là hàm truyền giữa đầu vào x(t) và sai lệch e(t) còn $W_f(p)$ chính là hàm truyền của hệ kín đã nói trên (h.1-52b). Mật độ phổ được xác định tương ứng:

$$S_e(\omega) = |W_x(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_f(j\omega)|^2 S_f(\omega).$$

Từ đó, theo (1-173):

$$J_e(K) = M\{e^2(t)\} = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{a^2A^2\omega^2}{(a^2 - \omega^2)(K^2 - \omega^2)} d\omega + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{K^2B^2}{K^2 - \omega^2} d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{(aA\omega)(-aA\omega)}{[\omega^2 + (a + K)\omega) + aK]\,[\omega^2 - (a + K)\omega) + aK]} d\omega +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{KB \times KB}{(K + \omega)(K - \omega)} d\omega.$$

Theo bảng tích phân ở phụ lục ta tính được:

$$J_e(K) = \frac{1}{2}[KB^2 + \frac{a^2A^2}{a + K}].$$

Từ điều kiện tối ưu:

$$\frac{\partial J_e}{\partial K} = \frac{1}{2}\left[B^2 - \frac{a^2A^2}{(a + K)^2}\right] = 0,$$

ta tính được: $K^* = a\left[\frac{A}{B} - 1\right]$ và chất lượng tối ưu được đánh giá bởi: $J_{emin} = aB(A - \frac{B}{2})$. Trị số này là thông số tối ưu ứng với cực tiểu của phiếm

hàm trên vì:

$$\frac{\partial^2 J_e}{\partial K^2} = \frac{a^2A^2}{(a + K)^3} > 0;$$

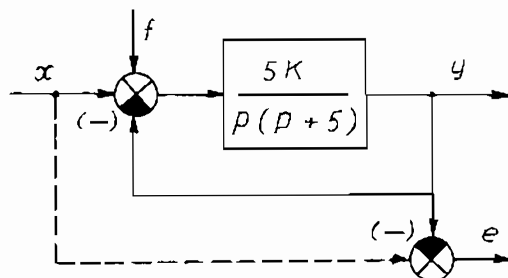
a và tỷ số $\frac{A}{B}$ càng lớn, K* càng tăng và K* chỉ tồn tại khi A >B - cường độ của tín hiệu có ích x(t) lớn hơn nhiễu f(t).

Khi B >A, $\frac{\partial J_e}{\partial K}$ luôn dương và J_e luôn tăng cùng với K.

Ví du ứng dung 2

Hệ tùy động như ở h.1-53 với mật độ phổ của tín hiệu có ích:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1000}{\omega^2(0,01 - \omega^2)},$$



Hình 1-53.

và nhiễu là ồn trắng

- $S_{ff}(\omega) = 1$; $S_{xf}(j\omega) = 0$.

Cũng như ở ví dụ 1, ta xác định:

$$W_x(p) = \frac{5p + p^2}{5K + 5p + p^2} \quad ; \quad W_f(p) = \frac{-5K}{5K + 5p + p^2},$$

$$\text{và:} \quad J_e(K) = \frac{1000}{K}\,\frac{25,5 + 0,1K}{0,51 + 5K} + \frac{K}{2}.$$

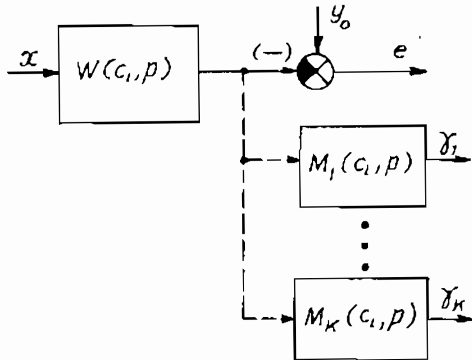
Từ đó tính được K* = 27; J_{emin} = 21,2. Hàm truyền hệ kín tối ưu, vớ K = K* = 27 sẽ là:

$$W^*(p) = \frac{135}{135 + 5p + p^2},$$

tương ứng với tần số riêng ω_0 = 11,62 và hệ số suy giảm ζ = 0,215. Hệ số này tương đối bé, lượng quá điều chỉnh lớn (xem h.1-5), đó chính là nhược điểm của chỉ tiêu chất lượng (1-9) theo bình phương của sai lệch, nhất là khi không có điều kiện hạn chế.

Trong ví dụ trên, nếu giảm K từ 27 xuống đến 15, J_e sẽ tăng từ 21,2 lên đến 30 nhưng hệ số suy giảm ζ cũng tăng từ 0,215 lên đến 0,288.

1.3.2.2. Trường hợp có điều kiện hạn chế



Hình 1-54.

Thông thường, sau khi đã xác định được các thông số tối ưu, cần kiểm tra xem các biến trung gian có vượt ra khỏi phạm vi tuyến tính không, một khi hệ được khảo sát là tuyến tính. Trong trường hợp ấy việc đưa thêm vào điều kiện hạn chế là cần thiết. Như vậy điều kiện cho trước nói trên còn có:

$M_j(c_i, p)$ - hàm truyền giữa y và j tín hiệu cần hạn chế (h.1-54). Điều kiện hạn chế:

$$J_\gamma(c_i) = M\{\gamma_i^2\} \le \gamma_{max}^2.$$

Để xác định thông số tối ưu cần phải tính:

$$J_e(c_i) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_e(\omega)d\omega,$$

$$J_\gamma(c_i) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\gamma(\omega)d\omega,$$

và hình thành chỉ tiêu chất lượng mới:

$$J = J_e + \lambda J_\gamma,$$

Giải hệ phương trình:

$$\partial J/\partial c_i = 0,$$
$$J_\gamma(c_i) = \gamma_{max}^2,$$

để xác định c_i^* cùng hệ số λ là hệ số Lagrange. Trong trường hợp có điều kiện hạn chế, hàm tổn thất (chất lượng cực tiểu) có dạng tổng quát:

$$J = J_e + \sum_{j=1}^{K} \lambda_j J_{\gamma j}. \qquad (1\text{-}174)$$

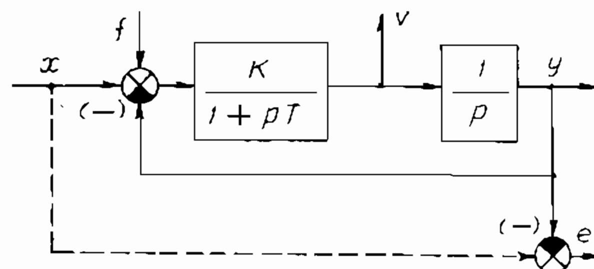
Ví dụ ứng dụng

Hệ số sơ đồ khối như ở h.1-55 với hai thông số cần xác định: K và T.

Tín hiệu vào có mật độ phổ như sau:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2} ;$$

$$S_{ff}(\omega) = B^2; \; S_{xf}(j\omega) = 0.$$



Hình 1-55.

và điều kiện hạn chế:

$$M\{v^2\} \le \frac{v_o^2}{4} .$$

Như các ví dụ trên, chỉ tiêu chất lượng được xác định bởi cực tiểu của phiếm hàm:

$$J_e(K, T) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [S_f(\omega)W_f(j\omega)W(-j\omega) + S_x(\omega)W_x(j\omega) \; W_x(-j\omega)]d\omega,$$

với $W_f(p) = - \dfrac{K}{K + p + Tp^2}$; $W_x(p) = \dfrac{p + Tp^2}{K + p + Tp^2}$.

Bằng cách tính như trên ta có được:

$$2J_e(K, T) = B^2K + \frac{1 + T + KT}{1 + T + K} = 2J_{ef} + 2J_{ex}$$

Để xác định thông số tối ưu, ta lấy đạo hàm của biểu thức trên theo T và K:

$$2\frac{\partial J_e}{\partial T} = \frac{K(K + 2)}{(1 + T + K)^2}$$

Với K > 0, T > 0; J_e luôn dương, tăng cùng với T khi không có điều kiện giới hạn. Do đó khi chọn, cần chọn T nhỏ nhất với mức có thể. Đạo hàm theo K:

$$2 \frac{\partial J_e}{\partial K} = \frac{T^2 - 1}{(1 + T + K)^2} + B^2 = 0;$$

$$K^* = \frac{\sqrt{1 - T^2}}{B} - T - 1; \quad \text{với } T < 1, \; B < \frac{\sqrt{1 - T^2}}{1 + T} .$$

Khi T < 1 thì $\dfrac{\partial^2 J_c}{\partial K^2}$ luôn dương và có cực tiểu theo K. Mặt khác hệ số suy giảm sẽ bé và bằng:

$$\zeta^2 = \frac{1}{4K^*T} \approx \frac{B}{4T(1 - B)} \quad \text{, (khi T bé)}$$

$$\approx \frac{B}{4T} \text{ (khi T và B bé)}$$

Bây giờ, với điều kiện hạn chế:

$$J_v(K, T) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty [S_f(\omega)G_f(j\omega)G_f(-j\omega) + S_x(\omega)G_x(j\omega)G_x(-j\omega)]d\omega,$$

với: $G_f(p) = G_x(p) = \dfrac{Kp}{K + p + Tp^2}$

Kết quả tính cho ta:

$$2J_v(K, T) = \frac{B^2K^2}{T} + \frac{K^2}{1 + K + T} = 2J_{vf} + 2J_{vx};$$

$$2J_{vf} \approx \frac{1}{T} \text{ (khi T và B bé), và}$$

$$2J_{vx} \approx \frac{(1 - B)^2}{B} \text{ (khi T bé)}$$

$$2J_{vx} \approx \frac{1}{B} \text{ (khi T và B bé).}$$

Như vậy J_{vf} tăng khi T giảm và trị số chấp nhận được, được cố định bởi giới hạn của v. Các thông số K, T được xác định theo điều kiện giới hạn:

$$2J_v(K, T) = \frac{B^2K^2}{T} + \frac{K^2}{1 + K + T} = \frac{V_0^2}{2};$$

$$K = \frac{\sqrt{1 - T^2}}{B} - T - 1;$$

Nếu T bé: $K \approx \dfrac{1}{T} - 1,$

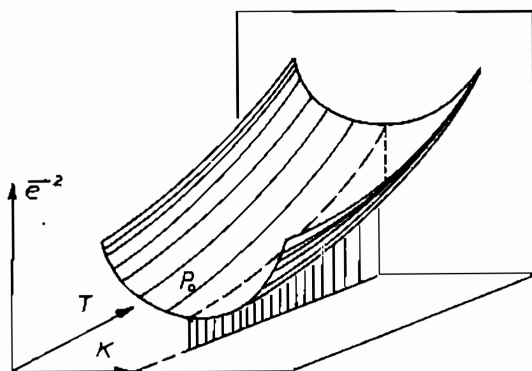
$$\frac{B^2K^2}{T} \approx \frac{V_0^2}{2} - \frac{K^2}{1 + K};$$

Ví dụ khi $B = \frac{1}{4}$, $V_0^2 = 8$; $K^* = 3$ và $T^* = \frac{3}{8}$.

Tính toán chính xác cho kết quả:

$K^* = 2,75$; $T^* = 0,25$.

Điểm P_0 ở h.1-56 thể hiện chế độ tối ưu của hệ được cố định bởi điều kiện giới hạn. Như đã thấy ở h.1-56 theo biến T, $J_c(T)$ càng bé khi T càng bé, trị số V_0 xác định giá trị cực tiểu của T.



Hình 1-56.

Kết luận

Những ví dụ đã nêu ở mục I.3 cho thấy ở hệ tiền định hay hệ ngẫu nhiên, phương pháp giải tích có cơ sở giống nhau nhưng hệ càng phức tạp, việc xác định thông số tối ưu càng mất nhiều thời gian. Do đó những phương pháp nhanh chóng xác định các thông số tối ưu của cơ cấu điều khiển hay bộ điều chỉnh có ý nghĩa lớn. Những phương pháp đã nêu trong các mục I2,1, 2.2, 2.3 đều có những đặc điểm riêng, phương pháp nào nên áp dụng vào trường hợp nào là tùy thuộc vào yêu cầu và điều kiện cụ thể. Tuy nhiên trong phần I ta cũng chỉ đề cập đến các hệ tuyến tính, điều kiện giới hạn cũng mới chỉ đề cập đến ở mức độ nhất định.

Phần II

Điều khiển tối ưu

II.1. ĐẶC ĐIỂM CHUNG CỦA CÁC BÀI TOÁN TỐI ƯU

II.1.1. KHÁI NIỆM

Một hệ điều khiển luôn thiết kế để làm việc ở chế độ tối ưu theo một nghĩa nào đó. Mức độ phức tạp tùy thuộc vào yêu cầu về chất lượng đặt ra, tùy thuộc vào lượng thông tin ban đầu về đối tượng điều khiển, về các tín hiệu tác động vào hệ thống. Trong phần I đã đề cập đến những trường hợp và phương pháp giản đơn thường gặp.

Như đã thấy, trong nhiều trường hợp nếu không có điều kiện hạn chế thì trạng thái tối ưu không xác định được nhưng với điều kiện hạn chế, bài toán sẽ trở nên phức tạp hơn. Do đó mà bài toán Wiener ít có ý nghĩa thực dụng.

Trong phần này sẽ nêu lên những phương pháp mới, nghiên cứu về các hệ tối ưu với các điều kiện hạn chế tín hiệu điều khiển và đối tượng khác nhau do nhu cầu thực tiễn đặt ra.

Đã hình thành hai hướng nghiên cứu về các hệ tối ưu - lý thuyết điều khiển tối ưu các hệ có lượng thông tin đầy đủ về đối tượng và nhiễu và lý thuyết điều khiển tối ưu với tác động ngẫu nhiên. Ở đây sẽ đề cập đến hướng thứ nhất.

II.1.2. HÌNH THÀNH BÀI TOÁN TỐI ƯU

Bước quan trọng trong việc xây dựng hệ tối ưu là xác định chỉ tiêu chất lượng. Chất lượng J phụ thuộc vào lượng điều khiển u(t). Nhiệm vụ cơ bản trong việc xây dựng hệ tối ưu là bảo đảm cực trị của chất lượng. Như khi xây dựng hệ tối ưu tác động nhanh thì yêu cầu đối với hệ là nhanh chóng chuyển từ trạng thái này đến trạng thái khác với thời gian quá độ nhỏ nhất, nghĩa là cực tiểu hóa thời gian quá độ. Khi tính toán động cơ tên lửa thì chỉ tiêu chất lượng là vượt được khoảng cách lớn nhất với lượng nhiên liệu đã cho.

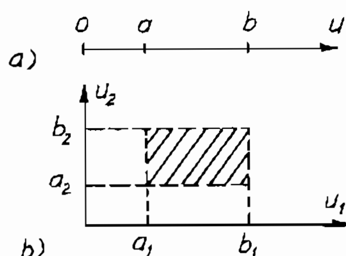
Như vậy đối với hệ tối ưu ta có:

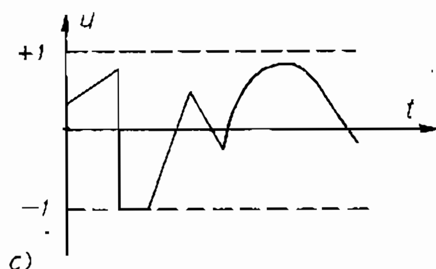
$$J(u, y, t) = \text{extremum}. \qquad (2\text{-}1)$$

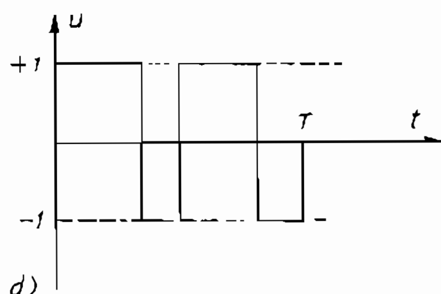
Chỉ tiêu chất lượng J phụ thuộc vào tín hiệu ra y, tín hiệu điều khiển u và thời gian t. Bài toán điều khiển tối ưu là xác định điều khiển u làm cho chỉ tiêu chất lượng J đạt cực trị với những điều kiện hạn chế nhất định của u và y. Đại lượng y phụ thuộc vào luật điều khiển u(t) là một hàm theo thời gian nên gọi là phiếm hàm, còn y(t) và u(t) thỏa mãn điều kiện (2-1) gọi là đường cực trị.

Chỉ tiêu chất lượng thường có dạng phiếm hàm như sau:

$$J = \int_0^T G[y(t), u(t)]dt \qquad (2\text{-}2)$$







Hình 2-1.

Trong thực tế thường gặp các bài toán xác định điều khiển tối ưu u(t) và trạng thái tối ưu y(t) là hàm của thời gian với điều kiện biên y(0), y(T).

Với bài toán tối ưu tác động nhanh G = 1 và yêu cầu J = min chính là yêu cầu T = min.

Điều kiện hạn chế được đặt ra với tín hiệu điều khiển u(t) và với trạng thái y(t) của hệ. Dạng tổng quát là:

$$u \in \Omega(u), \quad y \in \Gamma(y). \qquad (2\text{-}3)$$

Ví dụ, điều khiển u(t) có thể được giới hạn theo đại lượng (h.2-1a):

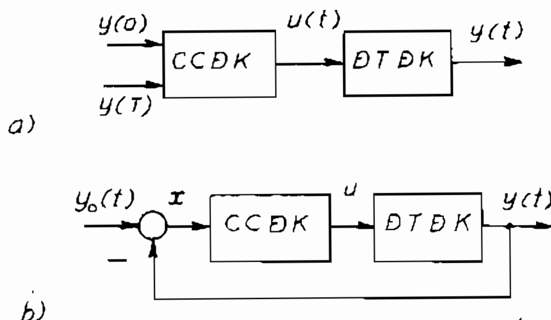
$$a \le u \le b \qquad (2\text{-}4)$$

Nếu u được giới hạn về đại lượng ($u = u_1$) và đạo hàm của nó ($u_2 = \frac{du}{dt}$) thì vùng điều khiển cho phép như ở h.2-1b.

$$a_1 \leq u_1 \leq b_1$$
$$a_2 \leq u_2 \leq b_2 \qquad (2\text{-}5)$$

Nếu tín hiệu điều khiển được giới hạn bởi trị số biên, điều kiện hạn chế có dạng:

$$|u| \leq 1 \qquad (2\text{-}6)$$



Hình 2-2.

như ở h.2-1c nếu trong suốt thời gian điều khiển [0, T], hàm u(t) có gián đoạn gọi là hàm gián đoạn từng đoạn. Thường gặp trong thực tế những hàm từng đoạn gián đoạn là những hàm từng đoạn không đổi (hình 2-1d). Trị số 1 là trị số tương đối. Điều kiện hạn chế điều khiển u trong nhiều trường hợp là hạn chế về nguồn năng lượng. Điều kiện hạn chế về tọa độ pha (trạng thái) thường là từ điều kiện an toàn độ bền cơ học v.v... Ví dụ góc quay và tốc độ quay của bánh lái được giới hạn bởi độ bền của cấu trúc máy bay và lượng quá tải cho phép, còn gia tốc quay bánh lái được xác định bởi mômen tới hạn của cấu trúc bánh lái.

Xác định điều khiển tối ưu u(t) và dựa vào đó tổng hợp hệ, nghĩa là xác định cấu trúc và thông số của cơ cấu điều khiển có thể được thực hiện theo hệ hở hay hệ kín (h.2-2a và 2b). Ở hệ hở (h.2-2a) điều khiển u(t) không phụ thuộc vào tọa độ pha y(t) còn ở hệ kín (h.2-2b) thì ngược lại vì $x = y_0 - y$ mà $y_0 = y_0(t)$ là luật điều khiển cho trước. Do đó:

$$u(t) = u[x(t)]. \qquad (2\text{-}7)$$

Nhiệm vụ cuối cùng để xây dựng hệ tối ưu là xác định luật điều khiển (2-7) để tổng hợp hệ. Đầu tiên xác định các quá trình tối ưu = $u^*(t)$ và $x^*(t)$, sau đó loại trừ yếu tố thời gian để có u(x), từ đấy xác định cấu trúc và thông số của cơ cấu điều khiển.

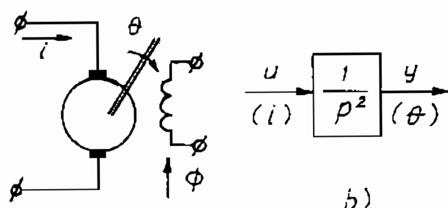
II.1.3. VÍ DỤ HÌNH THÀNH CÁC BÀI TOÁN ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

Trong phần này sẽ nêu lên những ví dụ khác nhau về việc hình thành bài toán và những ví dụ ấy sẽ được sử dụng ở những phương pháp khác nhau.

II.1.3.1. Điều khiển động cơ một chiều

Đối tương điều khiển là động cơ một chiều kích từ độc lập (h.2-3a). Góc quay của động cơ θ và dòng điện mạch phần ứng liên hệ nhau theo phương trình cân bằng mômen:

$$ic\phi = J\frac{d^2\theta}{dt^2} + M_c, \qquad (2\text{-}8)$$



Hình 2-3.

trong đó: i - dòng điện mạch phần ứng - tác động điều khiển; c - hệ số; ϕ - từ thông kích thích; J - mômen quán tính mạch phần ứng và phụ tải qui về trục động cơ; M_c - mômen cản, θ- góc quay của động cơ - tín hiệu được điều khiển; t - thời gian thực.

Để giản đơn ta khảo sát trường hợp không tải ($M_c = 0$) và dùng thời gian tương đối:

$$\tau = t\sqrt{\frac{c\phi}{J}},$$

từ đó biểu thức (2-8) có dạng:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} = i. \qquad (2\text{-}9)$$

Nếu i là tín hiệu điều khiển và θ là tín hiệu được điều khiển, cuối cùng ta có:

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} = u. \;... \qquad (2\text{-}10)$$

sơ đồ khối như ở h.2-3b.

Với đối tượng trên có thể hình thành các bài toán khác nhau về chỉ tiêu chất lượng, về điều kiện hạn chế.

II.1.3.2. Tối ưu tác động nhanh

Đối với bài toán tối ưu tác động nhanh, như đã nêu trên, chỉ tiêu chất lượng có dạng:

$$J = \int_0^T dt = T. \qquad (2\text{-}11)$$

Bài toán 1

Hãy xác định quá trình tối ưu - tín hiệu điều khiển u(t) - và tốc độ động cơ y(t) thỏa mãn (2-10) và cực tiểu hóa phiếm hàm (2-11) với các điều kiện sau:

a) Tín hiệu điều khiển $|u| \leq 1$,

b) Động cơ quay một góc bằng:

$$\int_0^T \dot{y}(t)dt = \theta_0, \qquad (2\text{-}12)$$

c) Điều kiện biên của tốc độ:

$$\dot{y}(0) = \omega_0,$$
$$\dot{y}(T) = \omega_T,$$

có thể được thay thế để trở nên giản đơn bằng biểu thức:

$$\dot{y}(0) = \dot{y}(T) = 0, \qquad (2\text{-}13)$$

nghĩa là bắt đầu quay và dừng lại sau khi đạt được một góc θ_0. Ứng với điều kiện này, nếu lấy gốc trục của tốc độ là $\dot{y}(T) = 0$ thì tương ứng với (2-12) có $y(0) = -\theta(0)$.

Bài toán 2

Nếu đặt điều kiện hạn chế là độ phát nóng của động cơ hay tổn hao năng lượng bằng trị số cho trước thì bài toán sẽ là:

Hãy xác định quá trình tối ưu của u(t) và y(t) thỏa mãn (2-10), và cực tiểu hóa phiếm hàm (2-11) với các điều kiện sau:

$$\int_0^T \dot{y}(t)dt = \theta_0,$$
$$\int_0^T u^2(t)dt = q_0. \qquad (2\text{-}14)$$

và điều kiện biên bằng không (2-13).

II.1.3.3. Năng suất tối ưu

Nang suất được xác định bằng góc quay lớn nhất trong thời gian T nhất định. Phiếm hàm có dạng:

$$J = \int_0^T \dot{y}(t)dt. \quad (2\text{-}15)$$

Bài toán 3 Hãy xác định quá trình tối ưu u(t) và y(t) thỏa mãn (2-10) và cực đại hóa phiếm hàm (2-15) với kiện hạn chế của tín hiệu điều khiển:

$$|u| \leq 1, \quad (2\text{-}16)$$

và điều kiện biên của tốc độ bằng không (2-13).

Nếu cho trước trị số giới hạn của tổn thất năng lượng còn u(t) không có điều kiện hạn chế (2-16), ta có thể hình thành một bài toán khác.

Bài toán 4

Hãy xác định quá trình tối ưu u(t) và y(t) thỏa mãn (2-10) cực đại hóa phiếm hàm (2-15) với điều kiện hạn chế của tổn thất năng lượng:

$$\int_0^T u^2(t)dt = q_0$$

II.1.3.4. Tiết kiệm năng lượng tối ưu

Trong trường hợp lấy chỉ tiêu chất lượng là tổn hao năng lượng thì mục tiêu là cực tiểu hóa hàm tổn thất:

$$J = \int_0^T u^2(t)dt, \quad (2\text{-}17)$$

ta có bài toán 5.

Bài toán 5

Hãy xác định quá trình tối ưu u(t) và y(t) thỏa mãn (2-10) cực tiểu hóa (2-17) với điều kiện cho trước:

$$\int_0^T \dot{y}(t)dt = \theta_0,$$

và điều kiện biên của tốc độ bằng không (2-13).

Thay đổi điều kiện cho trước ta còn có thể có những bài toán khác. Bây giờ, hãy khảo sát những đối tượng loại khác.

II.1.3.5. Tối ưu tác động nhanh đối với hai mục tiêu di động

Một đối tượng A chuyển động thẳng, đều, theo phương trình:

$$y_A = a + bt, \quad (2\text{-}18)$$

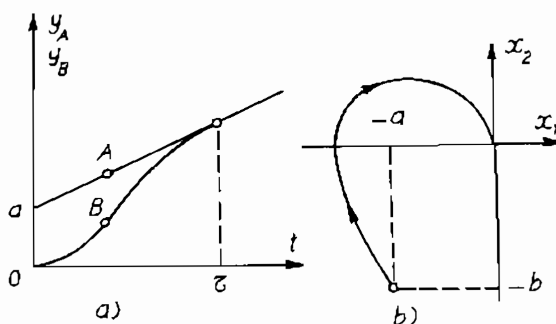
mà y_A - tọa độ của đối tượng A; còn a, b là các hằng số.

Cũng theo hướng này, đối tượng B có tọa độ y_B chuyển động với phương trình:

$$T\frac{d^2y_B}{dt^2} + \frac{dy_B}{dt} = u, \qquad (2-19)$$

với điều kiện đầu: $y_B(0) = \dot{y}_B(0) = 0$.

Ở đây, T là hằng số thời gian của đối tượng B. Tín hiệu điều khiển u tuân thủ điều kiện hạn chế (2-16) Bài toán đặt ra là điều khiển u sẽ biến đổi như thế nào để trong thời gian ngắn nhất vị trí và tốc độ của A và B trong không gian trùng hợp nhau (h.2-4). Trong thực tế có thể gặp trường hợp này khi máy bay nạp nhiên liệu trên không. Máy bay chứa nhiên liệu có chuyển động thẳng đều, còn tác động điều khiển cần tìm là lực kéo P của máy bay cần được nạp.



Hình 2-4.

Ta cần có một số biến đổi trước khi hình thành bài toán tối ưu này.

Lực kéo cực đại và cực tiểu của máy bay đều dương, do đó để có điều kiện (2-16), thay vì P, ta dùng điều khiển:

$$u = \frac{2P}{P_{max} - P_{min}} - \frac{P_{max} + P_{min}}{P_{max} - P_{min}}$$

Đưa vào lượng chênh lệch của tọa độ hai đối tượng:

$$x = y_B - y_A. \qquad (2-20)$$

Thay thế (2-18), (2-20) vào (2-19) ta có các tọa độ y_A, y_B từ:

$$T\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = u - b. \qquad (2-21)$$

Điều kiện đầu của (2-21) được xác định từ (2-20) và điều kiện đã cho.

$$\begin{aligned} x(0) &= y_B(0) - y_A(0) = -a \\ \dot{x}(0) &= \dot{y}_B(0) - \dot{y}_A(0) = -b \end{aligned} \qquad (2-22)$$

Nếu dùng phương pháp mặt phẳng pha đối với biến x nghĩa là:

$$x_1 = x;\ x_2 = \frac{dx}{dt},$$

thì bài toán đặt ra là đưa một điểm từ vị trí ban đầu ($x_1 = -a$, $x_2 = -b$) đến gốc tọa độ của mặt phẳng pha ở h.2-4b.

Bài toán 6

Hãy xác định quá trình tối ưu u(t) và y(t) thỏa mãn (2-21) cực tiểu hoa phiếm hàm:

$$J = \int_0^T 1\, dt = T_{min},$$

với điều kiện hạn chế của tác động điều khiển (2-16): $|\dot{u}| \leq 1$.

Điều kiện đầu của tọa độ x (2-22) và điều kiện biên bằng không:

$$x(T) = \dot{x}(T) = 0.$$

II.1.3.6. Tối ưu tác động nhanh với đối tượng ì

Phương trình vi phân của đối tượng ì:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = u. \qquad (2\text{-}23)$$

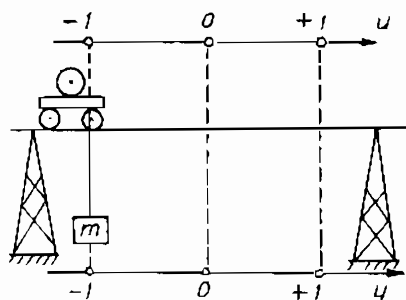
Điều khiển u có điều kiện hạn chế dạng $|u| \leq 1$. Nhiệm vụ đặt ra là xác định điều khiển tối ưu tác động nhanh, đưa tọa độ y từ vị trí ban đầu:

$$y(0) = -1,$$

có $$\dot{y}(0) = 0, \qquad (2\text{-}24)$$

đến vị trí cuối: $y(T) = \dot{y}(T) = 0$.

Đó có thể là trường hợp một cầu trục dịch chuyển một tải trọng m treo trên dây như ở h.2-5. Vị trí tời của cầu trục được xác định bởi tọa độ u có thể dịch chuyển với tốc độ bất kỳ trong giới hạn: $-1 \leq u \leq +1$. Vị trí của tải trọng m được xác định bởi tọa độ y. Nếu không tính đến lực ma sát, độ đàn hồi của dây treo, lực cản của không khí v.v... thì



Hình 2-5.

phương trình mô tả đối tượng như ở biểu thức (2-23) mà sau khi đã chuẩn hóa để các hệ số là đơn vị. Bài toán đặt ra là xác định điều khiển u để tải trọng nhanh chóng đến vị trí $y = 0$, với tốc độ tại điểm dừng cũng bằng không.

Đối với đối tượng này, không thể chọn tốc độ bất kỳ nào (bé hay lớn) cũng có thể dịch chuyển tải từ $y = -1$ đến $y = 0$ bằng cách dịch chuyển tời từ $u = -1$ đến $u = 0$.

Thật vậy, phương trình của đối tượng ì (2-23) có nghiệm tự do:

$$y(t) = A\sin t, \tag{2-25}$$

mà A là biên độ của dao động được xác định bởi điều kiện ban đầu của chuyển động (trong trường hợp này, bởi tốc độ chuyển động của tời từ $u = -1$ đến $u = 0$)

Bài toán 7

Hãy xác định quá trình tối ưu u(t) và y(t) thỏa mãn (2-23) cực tiểu hóa phiếm hàm (2-11) tức là:

$$J = \int_0^T dt$$

với các điều kiện sau:

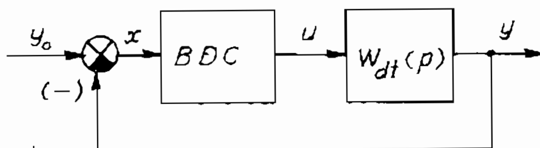
a) Điều khiển được giới hạn bởi $|u| \leq 1$,

b) Điều kiện biên (2-24):

$$y(0) = -1; \; y(T) = 0$$
$$\dot{y}(0) = 0; \; \dot{y}(T) = 0$$

II.1.3.7. Thiết kế bằng phương pháp giải tích các bộ điều chỉnh

Ở đây vấn đề được đặt ra có tính chất tổng quát hơn việc chọn bộ điều chỉnh ở các chương mục trước: Hãy tìm luật điều chỉnh tức là một hàm giải tích liên hệ giữa tác động điều khiển và tín hiệu được điều khiển để cực tiểu hóa một phiếm hàm dạng tích phân đã nêu trên.



Hình 2-6.

Giả thiết là đối tượng

không chịu tác động của nhiễu và có hàm truyền $W_{dt}(p)$ như ở h.2-6.

Quá trình quá độ của hệ thống với điều kiện ban đầu là:

$$\mathbf{x}_0 = [x_1(0), x_2(0), ..., x_n(0)], \text{ và } \mathbf{u}(0) = [u(0), \dot{u}(0)], ... \quad (2\text{-}26)$$

với: $x_k = \dfrac{d^{k-1}x}{dt^{k-1}}$, $\mathbf{x} = \mathbf{y}_0 - \mathbf{y}$.

Nếu hệ ổn định thì các tọa độ pha sẽ hội tụ ở gốc trục nghĩa là:

$$x_1(\infty) = ... = x_n(\infty) = u(\infty) = 0. ... \quad (2\text{-}27)$$

Chỉ tiêu chất lượng tối ưu được chọn là:

$$J = \int_0^\infty [u^2 + \dot{u}^2 + \sum_{k=1}^{n} x_k^2]dt. \quad (2\text{-}28)$$

Chỉ tiêu (2-28) đặc trưng cho bình phương của sai lệch (x_k^2), tổn thất điều khiển (u^2) (tổn thất năng lượng, tổn thất do nung nóng động cơ v.v...) cũng như loại trừ khả năng tốc độ điều khiển quá lớn ($\dot{u}^2$). Bài toán đặt ra là:

Bài toán 8

Với đối tượng điều khiển được mô tả bằng phương trình vi phân dạng:

$$\frac{dx}{dt} + x + u = 0, \quad (2\text{-}29)$$

hãy xác định phương trình vi phân giữa các biến x và u thỏa mãn (2-29) cực tiểu hóa phiếm hàm:

$$J = \int_0^\infty [\dot{u}^2(t) + u^2(t) + x^2(t)]dt. \quad (2\text{-}30)$$

II.1.4. VÍ DỤ TỔNG HỢP BÀI TOÁN TỐI ƯU TÁC ĐỘNG NHANH

Hãy xác định quá trình tối ưu và tổng hợp cơ cấu điều khiển ở bài toán 1 thỏa mãn (2-10) và cực tiểu hóa phiếm hàm (2-11) với các điều kiện:

$$|u| \le 1,$$

$$y(0) = -\theta_0; \qquad y(T) = 0$$

$$\dot{y}(0) = 0; \qquad \dot{y}(T) = 0$$

Bằng suy luận, ta nhận thấy rằng động cơ muốn quay được một góc θ_0

trong thời gian ngắn nhất, với những điều kiện biên như trên, thì đầu tiên phải quay với gia tốc cực đại, và tại một thời điểm nhất định, phải hãm với gia tốc âm cực đại. Nếu chọn đúng thời điểm hãm thì tốc độ cuối cùng sẽ bằng không sau khi động cơ đã quay được một góc θ_0.

Vấn đề này đã được đề cập ở hệ rơle với chế độ trượt (h.1-44) với:

$$y_1 = y$$

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2 \; ; \quad \frac{dy_2}{dt} = \pm K = \pm 1.$$

Để thỏa mãn điều kiện biên $y(T) = \dot{y}(T) = 0$ thì tọa độ cuối cùng là gốc trục và rơle phải chuyển động với số lần nhỏ nhất: điều ấy chỉ có thể đạt được bằng 2 cách: hoặc chọn đúng điều kiện ban đầu, hoặc với điều kiện ban đầu đã cho, chọn đúng hệ số phản hồi α - Cả 2 phương pháp đều không thể thực hiện được theo cấu trúc như ở h.1-44. Biện pháp giải quyết là tạo nên đường chuyển đổi mới: chính là đường parabôn của quỹ đạo pha đi qua gốc trục.

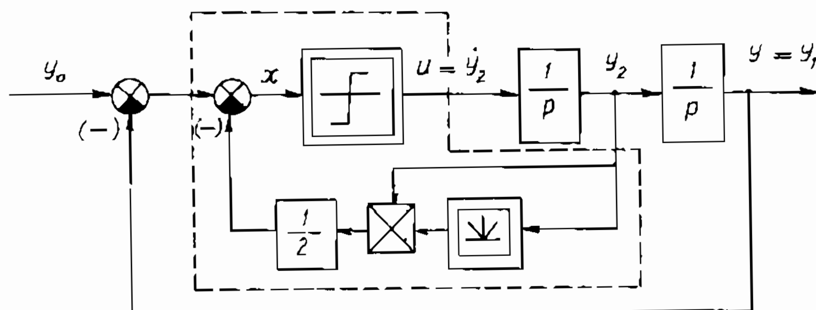
Khi $u = +1 \; ; \; y_2^2/2 = y_1$

và $u = -1 \; ; \; y_2^2/2 = -y_1$

Chỉ một nửa parabôn tham gia vào đường chuyển đổi cho nên biểu thức đường chuyển đổi tối ưu sẽ là:

$$x = -(y_1 + \frac{y_2^2}{2} \operatorname{sign} y_2) = -(y_1 + \frac{y_2 \, | \, y_2 \, |}{2}) \; ; \qquad (2\text{-}31)$$

Sơ đồ thực hiện như ở h.2-7. Trong trường hợp không đo được tín hiệu y_2 thì phải sử dụng đến khâu vi phân để lấy tín hiệu y_2 từ y_1:

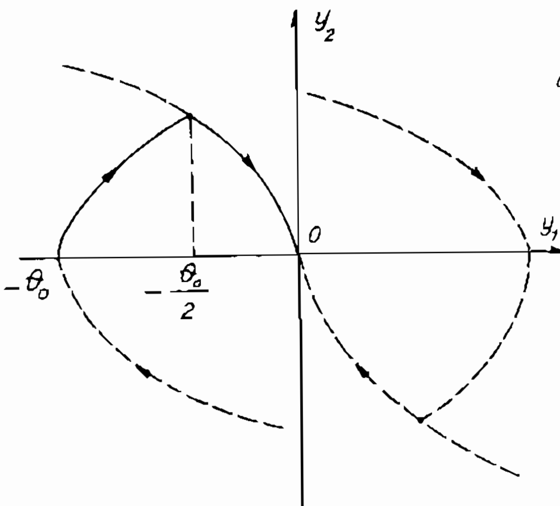


Hình 2-7.

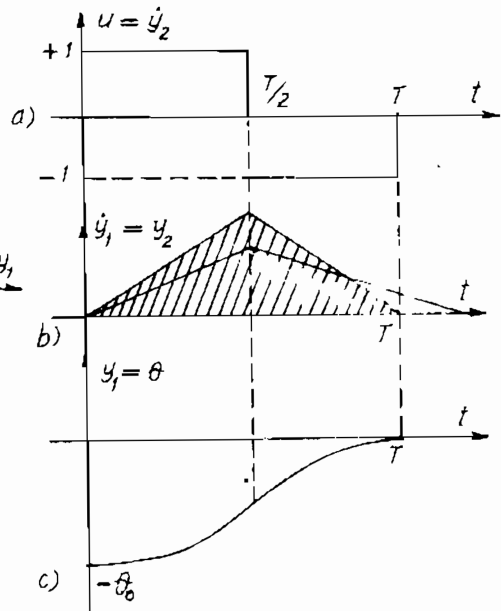
$$(y_2 = \frac{d}{dt}y_1).$$

Quỹ đạo pha của hệ tối ưu trên như ở h.2-8 và chuyển động ấy là nhanh nhất.

Thật vậy, nếu thời gian đầu ($0 < t < T/2$) gia tốc bé hơn $+1$ (đường đứt nét ở h.2-9b) thì để đạt được góc quay đã cho $-\theta_0$ (tương ứng với diện tích gạch sọc ở h.2-9b) đối tượng phải cần có thời gian lớn hơn T. Ngược lại ở thời gian đầu gia tốc lớn hơn, điều ấy không thể thỏa mãn điều kiện $|u| \le 1$.



Hình 2-8.



Hình 2-9.

II.1.5. ĐIỀU KHIỂN GẦN TỐI ƯU

Trong thực tế việc thiết kế các bộ điều chỉnh tối ưu có khó khăn, nhất là khi đối tượng có bậc cao và điều kiện hạn chế phức tạp. Do đó việc xây dựng các hệ gần tối ưu là cần thiết và được thực hiện theo 2 hướng:

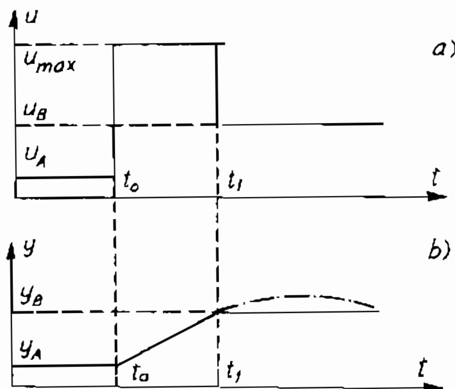
- Đơn giản hóa mô hình. Thực ra mô hình dò nhận dạng hay tính toán đều khó chính xác, đơn giản hóa nó là có cơ sở.

- Dùng phương tiện kỹ thuật để đơn giản hóa luật điều khiển. Một luật điều khiển xấp xỉ sẽ được dùng cho mô hình chính xác.

II. 1.5.1. Đơn giản hóa mô hình đối tượng điều khiển

a. Đối tượng bậc một

Điều khiển gần tối ưu (tối ưu giả) thường gặp trong thực tế. Trên bàn điều khiển thường chỉ có chỉ số của y và u. Để thuận tiện người ta lấy hai chỉ số này trùng nhau ở chế độ xác lập. Khi cần thay đổi đại lượng y_A thành y_B người ta chỉ cần thay đại lượng đặt u_A thành u_B như ở h.2-10. Sau một thời gian quá độ, nó sẽ xác lập ở $y = y_B$. Đó là phương pháp đơn giản nhất.



Hình 2-10.

Thế nhưng, thao tác viên có kinh nghiệm, để nhanh chóng đạt chế độ mới, sẽ thực hiện như sau:

Tại thời điểm bắt đầu t_o người điều khiển cho một lượng đặt cực đại $u = u_{max}$ và sẽ xảy ra quá trình cưỡng bức của y(t). Ở thời điểm t_1, khi y đạt đại lượng cần thiết $y(t_1) = y_B$ thao tác viên quay về vị trí $u = u_B$.

Thực vậy, đối với hệ bậc 1, điều khiển ấy là tối ưu vì khi hệ được mô tả bởi:

$$T\frac{dy}{dt} + y = u, \tag{2-32}$$

mà $u = y$ nên $\frac{dy}{dt} = 0$.

Ở khoảng thời gian $t_o \le t \le t_1$, tác động điều khiển là cực đại để y nhanh chóng đạt đại lượng y_B. Tại thời điểm $t = t_1$ điều khiển trở về trị số $u_B = y_B$ và quá trình biến đổi y(t) sẽ chấm dứt nghĩa là $y(t) = y_B$ khi $t \ge t_1$.

Nếu bậc của hệ cao hơn và quá trình quá độ là phi chu kỳ thì điều khiển như vậy là gần tối ưu (đường đứt nét ở h.2-10b) và nhờ cưỡng bức mà quá trình quá độ xảy ra nhanh hơn: Như vậy ta đã thay thế phương trình của đối tượng bậc cao (lớn hơn bậc 1) bởi phương trình của đối tượng bậc thấp (bậc 1) và áp dụng luật điều khiển tối ưu đối với hệ ấy.

b. Điều khiển gần tối ưu đối tượng dao động

Điều khiển gần tối ưu theo phương pháp trên đối với đối tượng có dao động có thể cho lượng quá điều chỉnh lớn.

Khi đối tượng có dạng:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\frac{dy}{dt} + y = u, \qquad (2\text{-}33)$$

thì tại thời điểm t_o, ta cho lượng điều khiển một bậc thang:

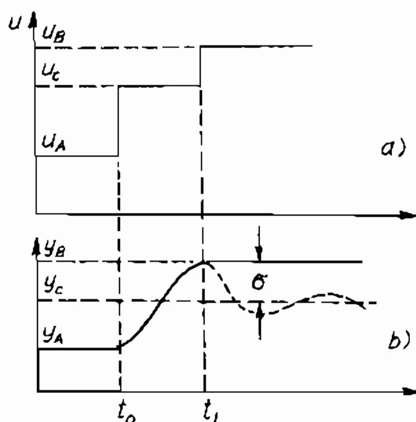
$$u_c = u_A + \frac{u_B - u_A}{1 + \sigma} \qquad (2\text{-}34)$$

mà σ là lượng quá điều chỉnh khi tín hiệu vào là bậc thang đơn vị.

Ở thời điểm t_1, khi $y(t_1) = y_B$ (h.2-11b), y đạt cực đại, nên $\dot{y}(t_1) = 0$, ta lại đưa thêm vào một nấc thứ hai $u = u_B$. Vì $t = t_1$, $y = u = u_B$ và $\dot{y}(t_1) = 0$, nên từ (2-33) $\ddot{y}(t_1) = 0$. Đạo hàm bậc một và bậc hai đều bằng không, có nghĩa là quá trình đã xác lập, với $t > t_1$, $y(t) = y_B = const$. Thời gian điều khiển được xác định bằng nửa chu kỳ dao động ở h.2-11b:

$$t_1 - t_o = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}. \qquad (2\text{-}35)$$

Ở bài toán 7, điều khiển đối tượng ì, $\zeta = 0$ và lượng quá điều chỉnh $\sigma = 1$ vì với tín hiệu vào là bậc thang, hệ sẽ dao động với biên độ không đổi (2-25). Thay thế các đại lượng này vào (2-35) và (2-34) ta xác định được quy luật điều khiển gần tối ưu của đối tượng ì: tại thời điểm t_o, cho lượng điều khiển bằng nửa trị số cần thiết và ở thời điểm $t_o + \pi$, cho thêm một nấc tiếp theo như trước đó. Thời gian quá độ sẽ là $T = \pi$.



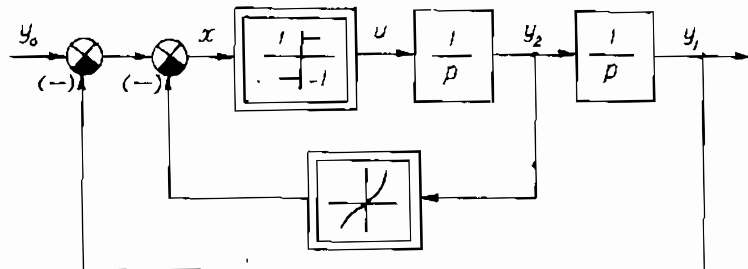
Hình 2-11.

II.1.5.2. Đơn giản hóa luật điều khiển

Trên h.2-12 là sơ đồ hệ tối ưu tác động nhanh tương đương với h.2-7. Việc thực hiện hàm chuyển đổi phi tuyến tính chính xác là khá phức tạp nhất

là khi đối tượng bậc cao.

Giả sử ở h.2-13 có đường chuyển đổi tối ưu trong mặt phẳng $v^*(y'_1, y_2) = 0$.



Hình 2-12.

Có 2 cách xấp xỉ bằng ba đoạn thẳng như ở đường v_1 và v_2 trong miền:

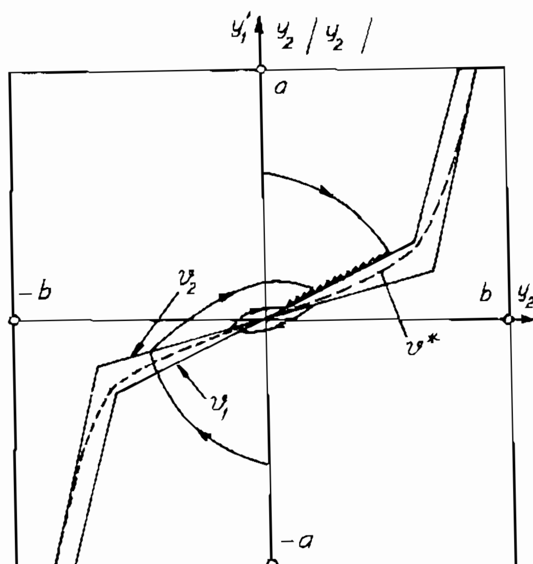
$$-a \leq y'_1 \leq a$$

$$-b \leq y_2 \leq b$$

Nếu đánh giá chất lượng xấp xỉ bằng:

$$J_i = \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} [v^*(y'_1, y_2) - v_i(y'_1, y_2)]^2 dy'_1, dy_2 \quad (i = 1, 2)$$

và ta có $J_1 > J_2$; nhưng có khi phân tích quá trình thì kết quả sẽ ngược lại: J_1 lớn nhưng quá trình được xác định bằng chế độ trượt, còn J_2 bé hơn nhưng lại là quá trình dao động. Do đó khi đơn giản hóa quy luật điều khiển thì việc đánh giá chất lượng quá trình là quan trọng.



Hình 2-13.

II.2. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

Nhiệm vụ của điều khiển tối ưu là giải bài toán tìm cực trị của phiếm hàm G[y(t), u(t)] bằng cách chọn điều khiển u(t) với những điều kiện hạn chế của đại lượng điều khiển và tọa độ pha. Công cụ toán học để xác định cực trị là phép toán biến phân.

Phương pháp cổ điển là phương pháp Euler. Đường cực trị là những hàm trơn còn phiếm hàm cùng các điều kiện hạn chế là những hàm phi tuyến. Do đó phương pháp này không áp dụng cho những trường hợp mà tín hiệu điều khiển có thể là các hàm gián đoạn.

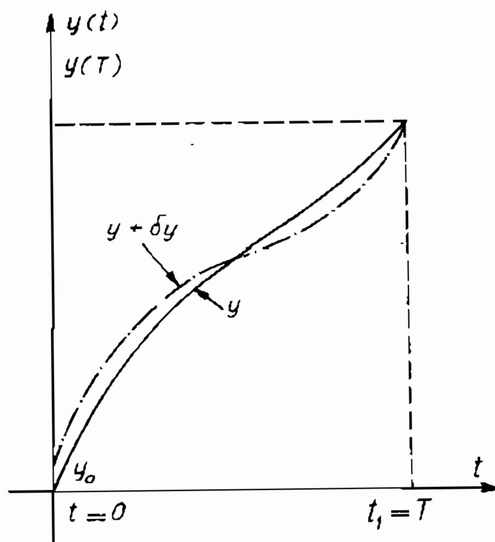
Giữa những năm 50 của thế kỷ 20, thực tế cho thấy cần có những tác động điều khiển liên tục từng đoạn đối với các đối tượng tuyến tính. Từ đó có phương pháp mới - nguyên lý cực đại, ưu tiên để giải những bài toán tối ưu tuyến tính với điều kiện hạn chế dạng bất đẳng thức.

Phương pháp quy hoạch động mà cơ sở của nó là nguyên lý tối ưu được phát triển như là công cụ để giải bài toán tối ưu theo nhiều bước đã được ứng dụng vào trong nhiều lĩnh vực khoa học kỹ thuật cũng trong những năm 50 này. Phương pháp quy hoạch động được dùng cho những bài toán gián đoạn và phương trình sai phân nên thích hợp với việc sử dụng máy tính để giải.

II.2.1. PHƯƠNG TRÌNH EULER

II.2.1.1. Trường hợp không có điều kiện phụ

Cho y(t) là một hàm thuộc lớp hàm có đạo hàm bậc một liên tục. Trong mặt phẳng (y, t) cho 2 điểm (t_0, y_0) và (t_1, y_1). Cần tìm quỹ đạo nối hai điểm này sao cho tích phân theo quỹ đạo $y = y^*(t)$ bởi:



Hình 2-14.

$$J(y) = \int_{t_0}^{t_1} G(y, \dot{y}, t)dt \qquad (2\text{-}36)$$

có cực trị.

G là hàm có đạo hàm riêng bậc một và bậc hai liên tục với mọi biến của nó. Để thống nhất trong cách đặt vấn đề, ta lấy $t_0 = 0$, $t_1 = T$ (bài toán điểm cuối cố định).

Các đường cong nối liền hai điểm này đều là những đường cong có thể, trên h.2-14, y là một đường cong có thể và $y + \delta y$ là đường cong trong miền lân cận của y. Biến đổi của J do δy tạo nên là:

$$\Delta J(y + \delta y) = J(y + \delta y) - J(y)$$

$$= \int_0^T G(y + \delta y, \dot{y} + \delta \dot{y}, t)dt - \int_0^T G(y, \dot{y}, t)dt$$

$$= \int_0^T [G(y + \delta y, \dot{y} + \delta \dot{y}, t) - G(y, \dot{y}, t)]dt \qquad (2\text{-}37)$$

Phân tích (2-37) theo chuỗi Taylor:

$$\Delta J(y, \delta y) = \int_0^T \{G(y, \dot{y}, t) + (\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial y})\delta y + (\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}})\delta \dot{y}$$

$$+ \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 G(y, \dot{y}, t)}{\delta y^2})\delta y^2 + (\frac{\partial^2 G(y, \dot{y}, t)}{\partial y \partial \dot{y}})\delta y \delta \dot{y} +$$

$$+ \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 G(y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}^2})\delta \dot{y}^2 + \ldots - G(y, \dot{y}, t)\}dt \qquad (2\text{-}38)$$

Ta khảo sát thành phần bậc một của J:

$$\delta J(y, \delta y) = \int_0^T [(\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial y})\delta y + (\frac{\partial (y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}})\delta \dot{y}]dt \qquad (2\text{-}39)$$

Vì δy và $\delta \dot{y}$ liên hệ nhau bởi:

$$\delta y(t) = \int_0^T \delta \dot{y}(t)dt + \delta y(0).$$

Chọn δy, xác định được $\delta \dot{y}$. Ta xem δy là hàm biến đổi độc lập. Biểu thức (2-39) có thể biến đổi để chỉ chứa δy bằng cách lấy tích phân những thành phần chứa $\delta \dot{y}$:

$$\delta J(y, \delta y) = \frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}} \delta y \Big|_0^T +$$

$$+ \int_0^T [\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial y} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}}] \delta y dt \ ... \qquad (2\text{-}40)$$

Từ điều kiện đã cho: $\delta y(0) = \delta y(T) = 0$, phần đầu của vế phải ở biểu thức (2-40) bằng không.

Nếu gia số δJ của phiếm hàm J tồn tại và nếu J có cực trị đối với y^* thì:

$$\delta J(y^*, \delta y) = 0. \qquad (2\text{-}41)$$

Đó là điều kiện cần cơ bản của phép tính biến phân.

Từ các biểu thức (2-40), (2-41) ta có:

$$\delta J(y^*, \delta y) = \int_0^T [\frac{\partial G(y^*, \dot{y}^*, t)}{\partial y} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G(y^*, \dot{y}^*, t)}{\partial \dot{y}}] \delta y dt = 0 \qquad (2\text{-}42)$$

Từ (2-42) có thể dút ra phương trình Euler:

$$\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial y} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G(y, \dot{y}, t)}{\partial \dot{y}} = 0 . \qquad (2\text{-}43)$$

II.2.1.2. Trường hợp có điều kiện phụ

Nếu ngoài phiếm hàm (2-36) còn có các điều kiện ràng buộc phụ dạng:

$$\varphi_i(y, \dot{y}, t) = 0 \ ; \ t \in [0, T] \ , \ i = \overline{1, n} \qquad (2\text{-}44)$$

thì phiếm hàm J có dạng:

$$J_a(y, \lambda_i) = \int_0^T [G(y, \dot{y}, t) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t)\varphi_i(y, \dot{y}, t)]dt \qquad (2\text{-}45)$$

mà $\lambda_i(t)$ với $i = 1, 2, ..., n$ là hàm Lagrange. Vì giới hạn thỏa mãn với mọi t nên hàm Lagrange phụ thuộc thời gian.

Tương tự như trên, ta có phương trình Euler - Lagrange tổng quát:

$$\frac{\partial G_a(y, \dot{y}, \lambda, t)}{\partial y} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a(y, \dot{y}, \lambda, t)}{\partial \dot{y}} = 0 \qquad (2\text{-}46)$$

$$\text{mà } G_a(y, \dot{y}, \lambda, t) = G(y, \dot{y}, t) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t) \ \varphi_i(y, \dot{y}, t) \qquad (2\text{-}47)$$

Khi điều kiện ràng buộc có dạng:

$$\int_0^T \psi_i(y, \dot{y}, t)dt = q_i, \quad (2\text{-}48)$$

thì phương trình Euler - Lagrange tổng quát (2-46) có phiếm hàm:

$$G_a(y, \dot{y}, \lambda, t) = G(y, \dot{y}, t) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \psi(y, \dot{y}, t). \quad (2\text{-}49)$$

Trong trường hợp này, λ_i là các hệ số không phụ thuộc thời gian của *bài toán đẳng chu*.

Khi có điều kiện ràng buộc dạng (2-44) hay (2-48), cần giải (n + 1) phương trình để xác định $y^*(t)$ và $\lambda_i^*(t)$ (hay λ_i^*) mà i = 1, 2, ..., n.

II.2.1.3. Ví dụ ứng dụng

Ví dụ 1

Hãy giải bài toán tiết kiệm năng lượng - bài toán 5

Dùng ký hiệu $y_1 = y$,

$$\frac{dy_1}{dt} = \dot{y} = y_2,$$

thì bài toán đặt ra là:

Hãy tìm quá trình tối ưu $u^* = y_2^*$ và $y_2^* = \dfrac{dy_1}{dt}$ sao cho thỏa mãn (2-10) nghĩa là $y_2 = u$, cực tiểu hóa phiếm hàm (2-17):

$$J(y) = \int_0^T (\dot{y}_2)^2 dt, \quad (2\text{-}50)$$

với điều kiện cho trước:

$$\int_0^T y_2(t)dt = \theta_0, \quad (2\text{-}51)$$

và điều kiện đầu (2-13):

$$y_2(0) = y_2(T) = 0. \quad (2\text{-}52)$$

Điều kiện (2-51) có dạng (2-48), phương trình Euler - Lagrange có dạng tổng quát (2-46) với (2-49):

$$G_a(y_2, \dot{y}_2, \lambda_1) = \dot{y}_2^2 + \lambda_1 y_2 ; \quad (2\text{-}53)$$

$$\frac{\partial G_a}{\partial y_2} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a}{\partial \dot{y}_2} = 0. \quad (2\text{-}54)$$

Từ (2-53) và (2-54):

$$\lambda_1 - 2\ddot{y}_2 = 0, \quad (2\text{-}55)$$

Do đó:

$$\ddot{y}_2 = \frac{\lambda_1}{2}. \quad (2\text{-}56)$$

Lấy tích phân (2-56): $\dot{y}_2 = u = \frac{\lambda_1}{2} t + c_1,$ (2-57)

$$y_2(t) = \frac{\lambda_1}{4} t^2 + c_1 t + c_2. \quad (2\text{-}58)$$

Để xác định λ_1, c_1, c_2 ta dùng các điều kiện biên (2-52):

$$y_2(0) = 0 \; ; \; c_2 = 0,$$

$$y_2(T) = \frac{\lambda_1}{4} T^2 + c_1 T = 0. \quad (2\text{-}59)$$

và điều kiện (2-51):

$$\int_0^T y_2(t)dt = \frac{\lambda_1}{12} T^3 + \frac{c_1}{2} T^2 = \theta_0. \quad (2\text{-}60)$$

Kết hợp (2-59) và (2-60) ta xác định:

$$\lambda_1 = -\frac{24\theta_0}{T^3}$$

$$c_1 = \frac{6\theta_0}{T^2} \quad (2\text{-}61)$$

Từ đó quá trình tối ưu là:

$$u^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} - \frac{12\theta_0}{T^3} t$$

$$y^*(t) = \frac{6\theta_0}{T^2} t - \frac{6\theta_0}{T^3} t^2 \quad (2\text{-}62)$$

tương ứng với h.2-15. Điều khiển tối ưu $u^*(t)$ (dòng điện mạch phần ứng động cơ) biến đổi tuyến tính, còn tốc độ y_2^* là hàm parabôn. Để khẳng định, ta so

sánh tổn hao năng lượng của trường hợp này với trường hợp bài toán tối ưu tác động nhanh (h.2-9 mục II.1.4). Ở hai trường hợp (h.2-15) và (h.2-16) chúng có cùng một góc quay θ_0, tương ứng với diện tích được gạch sọc. Từ điều kiện cho trước, ta xác định tín hiệu điều khiển u_a theo (2-51):

$$\theta_0 = 2\int_0^{T/2}(u_a.t)dt = \frac{u_aT^2}{4},$$

và $$u_a = \frac{4\theta_0}{T^2}. \qquad (2\text{-}63)$$

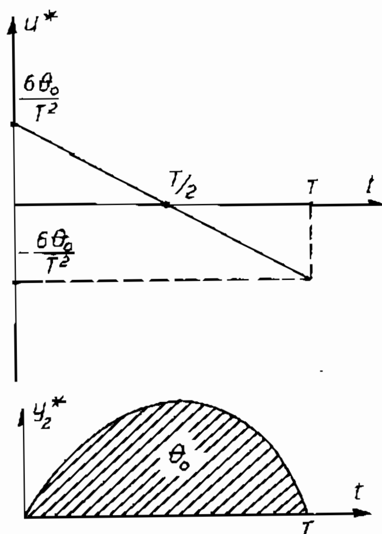
Như vậy tổn hao năng lượng tương ứng với:

$$J_a = \int_0^T u_a^2dt = \frac{16\theta_0^2}{T^3},$$

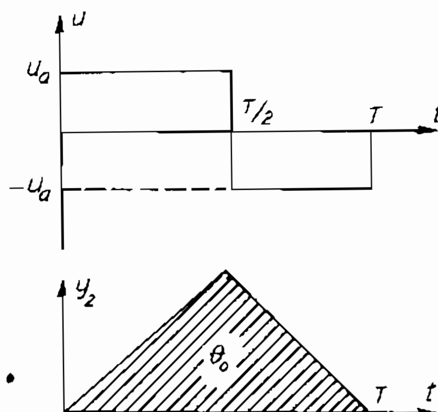
còn ở trường hợp bài toán 5:

$$J = \int_0^T (u^*)^2dt = \frac{12\theta_0^2}{T^3},$$

nghĩa là chúng khác nhau $\dfrac{J_a}{J} = \dfrac{16}{12} = 1,33$ lần.



Hình 2-15.



Hình 2-16.

Ví dụ 2

Bài toán 2 - tối ưu tác động nhanh với điều kiện (2-14):

$$q_1 = \int_0^T y_2 dt = \theta_0$$
$$q_2 = \int_0^T (\dot{y}_2)^2 dt = q_0 \qquad (2\text{-}64)$$

và điều kiện biên (2-13).

So sánh (2-64) với (2-48) ta có thể viết:

$$G_a(y_2, \dot{y}_2, \lambda_1, \lambda_2) = 1 + \lambda_1 y_2 + \lambda_2(\dot{y}_2)^2.$$

Phương trình Euler - Lagrange:

$$\frac{\partial G_a}{\partial y_2} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a}{\partial \dot{y}_2} = 0,$$

Từ đó: $\lambda_1 - 2\lambda_2 \ddot{y}_2 = 0$,

và $\ddot{y}_2 = \dfrac{\lambda_1}{2\lambda_2} = a_0$.

Lấy tích phân biểu thức trên:

$$\dot{y}_2(t) = u(t) = a_0 t + a_1$$
$$y_2(t) = \frac{a_0}{2} t^2 + a_1 t + a_2 \qquad (2\text{-}65)$$

So sánh (2-65) và (2-62) ta thấy quá trình tối ưu có dạng giống nhau. Các hệ số a_0, a_1, a_2 xác định theo (2-13) và (2-14).

II.2.1.4. Phương trình Euler với điều khiển có hạn chế

Trong các ví dụ trên, tín hiệu điều khiển không có giới hạn nào ràng buộc. Trong thực tế, thường gặp tín hiệu điều khiển (có khi cả tọa độ pha) có ràng buộc dạng $|x| \le 1$. Điều kiện cần để có cực trị là khi x(t) là đường cực trị, thì $x + \delta x$ và $x - \delta$ ($\delta x > 0$) là những hàm cho phép. Bấy giờ ta so sánh trị số phiếm hàm ở đường cực trị với trị số của nó ở hàm $x + \delta x$ và $x - \delta x$. Nếu miền biến đổi của x(t)là kín, và x(t) ở ngoài biên thì một trong các hàm $x + \delta x$ hay $x - \delta x$ sẽ ra ngoài miền cho phép.

Một trong các biện pháp khắc phục khó khăn trên là dường cực trị ở biên và:

$$x \geq \varphi(t). \qquad (2\text{-}66)$$

Ví dụ, nếu $|x| \leq 1$, điều kiện (2-66) là $x \geq 1$ nghĩa là $\varphi(t) = -1$. Đưa vào tọa độ z với:

$$z^2 = x - \varphi, \qquad (2\text{-}67)$$

thì biến mới z sẽ không có điều kiện hạn chế, và biên giới của biến x tương ứng với $z = 0$. Bây giờ phiếm hàm $J = \int_0^T G(x, \dot{x}, t)dt$ có biến mới 6

$x = z^2 + \varphi$; từ đó:

$$\dot{x} = 2z\dot{z} + \dot{\varphi},$$

và phiếm hàm có dạng:

$$J = \int_0^T G[z^2 + \varphi\ ;\ 2z\dot{z} + \dot{\varphi};\ t]dt. \qquad (2\text{-}68)$$

Vì (2-68) không có điều kiện hạn chế nên phương trình Euler có dạng:

$$\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G}{\partial \dot{z}} = 0, \qquad (2\text{-}69)$$

ở đây $\dfrac{\partial G}{\partial z} = \dfrac{\partial G}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial z} + \dfrac{\partial G}{\partial \dot{x}}\dfrac{\partial \dot{x}}{\partial z} = \dfrac{\partial G}{\partial x}2z + \dfrac{\partial G}{\partial \dot{x}}2\dot{z},$

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \dot{z}} + \frac{\partial G}{\partial \dot{x}}\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial G}{\partial \dot{x}}2z,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial G}{\partial \dot{z}} = 2z\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial G}{\partial \dot{x}}\right) + \frac{\partial G}{\partial \dot{x}}2\dot{z},$$

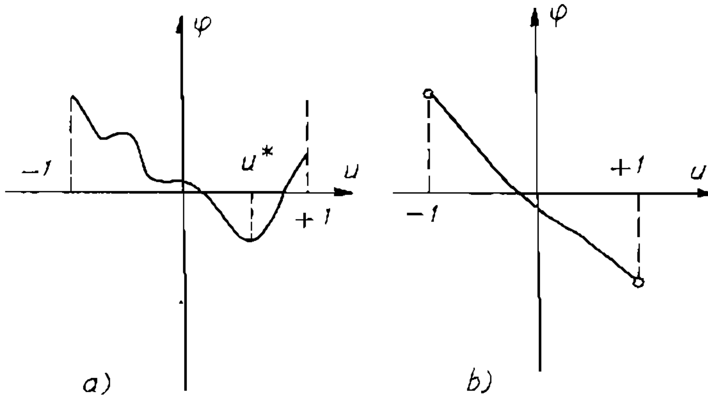
và (2-69) sẽ có dạng:

$$\frac{\partial G}{\partial x}2z + \frac{\partial G}{\partial \dot{x}}2\dot{z} - 2z\frac{d}{dt}\frac{\partial G}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial G}{\partial \dot{x}}2\dot{z} = 0,$$

hay $2z\left(\dfrac{\partial G}{\partial x} - \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial G}{\partial \dot{x}}\right) = 0. \qquad (2\text{-}70)$

(2-70) thỏa mãn với z = 0, nghĩa là đường cực trị có những giá trị biên, và phương trình Euler vẫn là phiếm hàm xuất phát:

$$\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G}{\partial \dot{x}} = 0$$



Hình 2-17.

Như vậy, từ (2-70) ta thấy rằng cực trị của phiếm hàm với điều kiện hạn chế dạng bất đẳng thức chỉ có được dưới dạng đường cong, gồm những đoạn cực trị và những đoạn ở biên giới miền cho phép.

Tiếc rằng, phương trình (2-70) chỉ nói rằng đường cực trị *có thể* là những giá trị biên của hàm điều khiển chứ không cho phép chứng minh rằng, ở bài toán tuyến tính, điều khiển u *chỉ* nhận các giá trị biên. Đó là lý do mà phương trình Euler được giới hạn bởi trường hợp đường cực trị là các hàm trơn. Ở h.2-17a, điều kiện $\frac{d\varphi}{du} = 0$ tương ứng với cực tiểu của φ bên trong miền $|u| \leq 1$, nhưng ở h.2-17b cực trị lại ở biên và $\frac{d\varphi}{du} \neq 0$.

Để chứng minh, có thể dùng nguyên lý cực đại (mục II.2.3) hoặc bằng phương pháp suy luận với trường hợp đơn giản - hệ bậc hai.

Nếu biết trước điều khiển là những hàm từng đoạn không đổi, có giá trị u = + 1 và u = - 1, thì phương trình Euler cho phép xác định thông số của hàm ấy, tức là số lượng các khoảng có trị số hằng và thời điểm chuyển đổi.

Điều kiện $|u| = 1$ có thể viết dưới dạng:

$$\int_0^T u^{2m} dt = T, \qquad (2\text{-}71)$$

mà $m \to \infty$ (số nguyên).

Nếu trong khoảng thời gian ngắn, $|u| > 1$ thì $u^{2m} \to \infty$ khi $m \to \infty$ và tích phân (2-71) lớn hơn trị số T cho trước. Ngược lại, nếu $|u| < 1$ trong một thời gian ngắn thì $u^{2m} \to 0$ và tích phân (2-71) nhỏ hơn trị số T cho trước. Khi thay $|u| = 1$, bởi điều kiện (2-71), bài toán biến phân tìm đường cực trị u(t) trở thành bài toán *đẳng chu* đã nêu trên.

Ví dụ

Trở lại bài toán 1 - tối ưu tác động nhanh:

Hãy xác định quá trình tối ưu $u^*(t)$ và $y^*(t)$ thỏa mãn (2-10): $\ddot{y} = u$, cực tiểu hóa phiếm hàm (2-11) với điều kiện giới hạn của điều khiển $|u| \leq 1$.

Theo (2-10) ta có: $\dot{y}_1 = y_2$

$\dot{y}_2 = u$

hoặc
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \dot{y}_1 - y_2 = 0 \\ \varphi_2 &= \dot{y}_2 - u = 0 \end{aligned} \qquad (2\text{-}72)$$

Giả thiết đường cực trị là những hàm không đổi từng đoạn $|u(t)| = 1$.

Ta dùng điều kiện (2-71):

$$\int_0^T u^{2m}dt = T \text{ mà } m \to \infty, \ldots \qquad (2\text{-}73)$$

Điều kiện (2-72) là điều kiện của bài toán Euler - Lagrange, còn (2-73) là bài toán đẳng chu, do đó:

$$G_a = G + \lambda_0\varphi_0 + \lambda_1(t)\varphi_1 + \lambda_2(t)\varphi_2 = 1 + \lambda_0 u^{2m} + \lambda_1(t)(\dot{y}_1 - y_2) + \lambda_2(t)(\dot{y}_2 - u) \qquad (2\text{-}74)$$

Phương trình Euler Lagrange là:

$$\frac{\partial G_a}{\partial u} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a}{\partial \dot{u}} = \lambda_0 2m u^{2m-1} - \lambda_2 = 0, \qquad (2\text{-}75)$$

$$\frac{\partial G_a}{\partial y_1} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a}{\partial \dot{y}_1} = -\lambda_1 = 0, \ldots \qquad (2\text{-}76)$$

$$\frac{\partial G_a}{\partial y_2} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G_a}{\partial \dot{y}_2} = -\lambda_1 - \lambda_2 = 0. \qquad (2\text{-}77)$$

Từ (2-75) ta xác định: $u = \sqrt[2m-1]{\dfrac{\lambda_2(t)}{2m\lambda_0}}$ (2-78)

Khi $m \to \infty$, với mọi A ta có:

$$\sqrt[2m-1]{A} = \begin{cases} +1 & \text{nếu } A > 0 \\ -1 & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$$

và, có thể viết:

$$\sqrt[2m-1]{A} = \text{sign}A \text{ khi } m \to \infty.$$

Từ đó (2-78) có thể bằng:

$$u(t) = \text{sign}\left(\frac{\lambda_2(t)}{2m\lambda_0}\right) \quad \ldots \qquad (2\text{-}79)$$

(2-76) và (2-77) cho kết quả tương ứng:

$$\lambda_1 = \text{const},$$

$$\lambda_2(t) = c_2 - c_1 t$$

mà các hệ số c_1, c_2 được tính theo điều kiện biên của bài toán. Ở phương trình (2-79), m và λ_0 đều là hằng nên điều khiển tối ưu có thể xác định bởi $\lambda_2(t)$:

$$u^*(t) = \text{sign}\left[\frac{1}{m}(a_2 - a_1 t)\right], \quad \ldots \qquad (2\text{-}80)$$

mà $a_1 = \dfrac{c_1}{2\lambda_0}$; $a_2 = \dfrac{c_2}{2\lambda_0}$; $m > 0$

Từ (2-80) ta kết luận: điều khiển tối ưu u(t) đổi dấu không quá một lần nghĩa là gồm 2 đoạn thẳng như kết quả đã khảo sát ở mục II.1.4.

II.2.2. PHƯƠNG PHÁP QUY HOẠCH ĐỘNG

II.2.2.1. Ví dụ về bài toán cổ điển: chọn đường đi tối ưu

Để đi từ A đến B qua một mạng như trên h.2-18 với tổn hao nhỏ nhất (có ghi ở mỗi nhánh trị số tổn hao) thì phương án tốt nhất như sau:

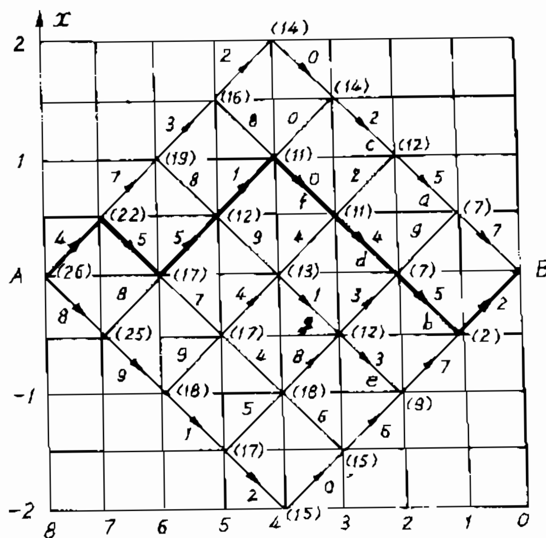
a) Đến điểm B bằng một chặng chỉ có thể từ a hay từ b với tổn hao tương ứng là 7 và 2. Tổn hao ấy được ghi trong ngoặc ở góc.

b) Đến điểm B bằng 2 chặng có thể từ c, d hay e. Từ c đến B chỉ có 1 phương án với tổn hao 7 + 5 = 12 cũng như từ e đến B: 2 + 7 = 9. Ngược lại từ d có thể đến B theo da hay db. Tổn hao chung để đến B là 7 + 9 = 16 hay 2 + 5 = 7. Như vậy đường đi tối ưu là db, có đánh dấu mũi tên và

ghi hàm tổn hao nhỏ nhất 7 bên cạnh d.

c) Đến điểm B bằng 3 chặng từ 4 điểm. Tính toán chỉ liên quan đến những tổn hao nhỏ nhất đã được xác định ở giai đoạn 2 chặng trước đó, nên từ điểm f, có thể đi theo fc hay fd:

(tổn hao từ f đến c) + (tổn hao cực tiểu từ c đến B) = 2 + 12 = 14



Hình 2-18.

(tổn hao từ f đến d) + (tổn hao cực tiểu từ d đến B) = 4 + 7 = 11.

So sánh hai phương án, tổn hao cực tiểu là 11 và đường đi tối ưu là fdbB.

Bằng cách chia ra nhiều chặng như vậy, việc tính toán và so sánh dễ dàng hơn và đường tối ưu có tổn hao nhỏ nhất được mô tả bằng đường đậm nét với tổn hao cực tiểu là 26.

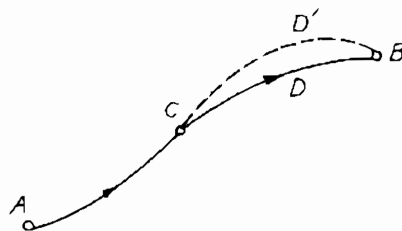
Từ ví dụ trên ta nhận thấy:

- Bài toán tổng quát tìm đường đi có tổn hao nhỏ nhất từ A sang B khó giải, được chia thành những bài toán nhiều chặng, ở mỗi chặng số lượng phương án không lớn lắm nên dễ giải hơn.

- Quá trình tính ở chặng này là dùng kết quả đã tính ở chặng trước.

II.2.2.2. Nguyên lý tối ưu của Bellman

"Nếu C là một điểm trung gian của quỹ đạo tối ưu đi từ trạng thái A sang trạng thái B thì đoạn cuối của quỹ đạo này là quỹ đạo tối ưu nối điểm trung gian C với điểm cuối B" (h.2-19).



Hình 2-19.

Nguyên lý sơ khai của Bellman có khác một ít "chiến

lược tối ưu là chiến lược mà, mặc dù trạng thái ban đầu và quyết định ban đầu có như thế nào đi nữa, thì những quyết định tiếp theo phải là chiến lược tối ưu đối với trạng thái còn lại của quyết định trước".

Chứng minh nguyên lý này rất hiển nhiên: Giả sử đoạn cuối của AB - quỹ đạo tối ưu là CD'B chẳng hạn. Vậy thì ACD'B là quỹ đạo tối ưu, điều này ngược với điều kiện đặt ra: ACDB là quỹ đạo tối ưu.

II.2.2.3. Phương trình Bellman

Nếu dùng ký hiệu y(n) là trạng thái của hệ ở thời điểm $(T - n\Delta t)$, phương trình gián đoạn chuyển tiếp có dạng:

$$\mathbf{y}(n - 1) = \mathbf{y}(n) + \Delta\mathbf{y} = \mathbf{F}_n[\mathbf{y}(n), \mathbf{u}_n]. \qquad (2\text{-}81)$$

Mặt khác hàm tổn thất dạng tích phân, bây giờ có dạng của một tổng:

$$J = \sum_{1}^{N} G_n(\mathbf{y}, \mathbf{u}_n). \qquad (2\text{-}82)$$

$J_n^*(\mathbf{y})$ dùng để chỉ tổn thất cực tiểu từ y đến $\mathbf{y}(T)$ bằng n chặng.

Giả thiết là biết được $J_{n-1}^*(y)$ và cần xác định $J_n^*(y)$. Nếu lượng tử hóa biến điều khiển như đã làm đối với biến thời gian, ta có thể chọn được các véctơ điều khiển xuất phát từ trạng thái y và có tính đến điều kiện hạn chế. Ở chặng đầu tiên của n chặng còn lại, ta lấy $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}^i_n$, tương ứng với hàm tổn thất $G_n(\mathbf{y}, \mathbf{u}^i_n)$. Mặt khác trạng thái mới sẽ là $\mathbf{y} + \Delta_i\mathbf{y} = F_n(\mathbf{y}, \mathbf{u}_n^i)$. Sau khi áp dụng $\mathbf{u}_n^i$ ở chặng đầu, sẽ dẫn đến $\mathbf{y}(T)$ ở n - 1 chặng với hàm tổn thất cực tiểu:

$$J_{n-1}^*(\mathbf{y} + \Delta_i\mathbf{y}),$$

Tổn thất tổng của quá trình ấy là:

$$J_n^i(\mathbf{y}) = G_n(\mathbf{y}, \mathbf{u}_n^i) + J_{n-1}^*(\mathbf{y} + \Delta_i\mathbf{y}).$$

Rõ ràng là tổn thất cực tiểu cần tìm $J_n^*(\mathbf{y})$ là cực tiểu của $J_n^i(\mathbf{y})$ đối với $u \in U$ Do đó ta có thể viết:

$$J_n^*(\mathbf{y}) = \min_{\mathbf{u}_n}[G_n(\mathbf{y}, \mathbf{u}_n) + J_{n-1}^*(\mathbf{y} + \Delta\mathbf{y})\} \qquad (2\text{-}83)$$

Nếu biết J_0^*, có thể xác định được **u** là hàm của trạng thái **y** và của n chặng còn lại. (2-83) là *phương trình Bellman* hay *phương trình quy hoạch động*.

Ví dụ ứng dụng

Hệ được mô tả bởi phương trình trạng thái sau:

$$\dot{y}_1 = y_2$$
$$\dot{y}_2 = u$$

Dưới dạng gián đoạn, có thể viết:

$$\Delta y_1 = Ty_2$$

$$\Delta y_2 = Tu$$

Để giản đơn, ta dùng $\Delta t = T$.

Hàm tổn thất:

$$J = \int_0^{N\Delta t} u^2 dt \text{ hay } J = \sum_1^N u_n^2.$$

Trạng thái cuối là điểm gốc của mặt phẳng pha.

a) Với n = 1: $\Delta y_1 = -y_1$ từ đó: $-y_1 = Ty_2$,

$$\Delta y_2 = -y_2 \text{ từ đó: } u_1 = -\frac{y_2}{T} = \frac{y_1}{T^2} \qquad (2\text{-}84)$$

Hàm tổn thất

$$J_1 = -\frac{y_2^2}{T^2} = \frac{y_1^2}{T^4} \qquad (2\text{-}84)$$

b) Với n = 2. Trạng thái $(y_1 + \Delta y_1, y_2 + \Delta y_2)$ có được từ chặng đầu, phải thỏa mãn:

$$-(y_1 + \Delta y_1) = T(y_2 + \Delta y_2),$$

hay:

$$-(y_1 + Ty_2) = T(y_2 + Tu),$$

$$-y_1 - 2Ty_2 = T^2 u.$$

Từ đó ta có: $$u_2 = -\frac{1}{T^2}(y_1 + 2Ty_2) \qquad (2\text{-}86)$$

và

$$J_2 = \frac{1}{T^4}(y_1 + 2Ty_2)^2 + \frac{1}{T^4}(y_1 + Ty_2)^2$$

$$= -\frac{1}{T^4}(2y_1^2 + 6Ty_1y_2 + 5T^2y_2^2) \qquad (2\text{-}87)$$

c) Với n > 2: Phương trình Bellman tổng quát có dạng:

$$J_n^* = \min_{u_n}[u_n^2 + J_{n-1}^*(y_1 + Ty_2, y_2 + Tu)] \qquad (2\text{-}88)$$

Phương trình (2-88) có thể dùng tính toán giải tích hoặc bằng phương pháp số trong mặt phẳng pha để giải.

Giải bằng phương pháp số với $|u| \le 3$.

Đưa thêm điều kiện giới hạn của điều khiển $|u| \le 3$ để đơn giản hóa việc tính toán. Cũng để đơn giản tính toán, ta dùng các gia số đơn vị:

$$\delta y_1 = \delta y_2 = \delta u = 1.$$

Chương trình tính được thực hiện theo lưu đồ trên h.2-20, với các điều kiện sau đây:

- Tổng số chặng N = 6
- Phạm vi biến đổi trạng thái:

$0 \le y_1 \le 10$

$-6 \le y_2 \le 0$

- Phạm vi thay đổi biến điều khiển:

BẮT ĐẦU
$n = 3$
$N + 1$
$y_2 = 0$
$y_2 + \delta y_2$
$y_1 = 0$
$y_1 + \delta y_1$
$u_n = -3$, $H = \infty$
$u + \delta u$
$H = J_n$
Tính J_n
$J_n < H$ — KHÔNG / CÓ
u_n, J_n } Bảng n
$u_n < 3$ — KHÔNG / CÓ
$y_1 < 10$ — KHÔNG / CÓ
$y_2 > -6$ — KHÔNG / CÓ
$n < 6$ — KHÔNG / CÓ
KẾT THÚC

Hình 2-20.

$-3 \leq u \leq 3$.

Với mỗi trị số n (ứng với mỗi bảng) tính toán được thực hiện từ $y_1 = 0$, $y_2 = 0$ với mọi trị số của u. Cho gia số của y_1 và quét từ trái sang phải, sau đó cho gia số của y_2. Ghi vào bảng những cặp trị số tối ưu. Với lần tính đầu trị số H được cho rất lớn ($H = \infty$).

Các bảng tính từ n = 2 đến n = 6 cho ở các bảng 1 đến bảng 5.

Bảng 2-1 [n = 2; (u_2^*, J_2^*)]

y_2 \ y_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-1	-2	-3	–	–	–	–	–	–	–
	0	2	8	18	–	–	–	–	–	–	–
-1	2	1	0	-1	-2	-3	–	–	–	–	–
	5	1	1	5	13	25	–	–	–	–	–
-2	–	3	2	1	0	-1	-2	-3	–	–	–
	–	10	4	2	4	10	20	34	–	–	–
-3	–	–	–	3	2	1	0	-1	-2	-3	–
	–	–	–	9	5	5	9	17	29	45	–
-4	–	–	–	–	–	3	2	1	0	-1	-2
	–	–	–	–	–	10	8	10	16	26	40
-5	–	–	–	–	–	–	–	3	2	1	0
	–	–	–	–	–	–	–	13	13	17	25
-6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	3	2
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	18	20

Bảng 2-2 [n = 3; (u_3^*, J_3^*)]

y_2 \ y_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-1	-1	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-3	–
	0	2	2	6	8	14	18	26	38	54	–
-1	–	1	0	0	-1	-1	-2	-2	-3	-3	-3
	–	1	1	1	3	5	9	13	19	25	35
-2	–	–	2	1	1	0	0	-1	-1	-2	-2
	–	–	4	2	2	2	4	6	10	14	20
-3	–	–	–	2	2	1	1	0	0	-1	-1
	–	–	–	9	5	5	3	5	5	9	11
-4	–	–	–	–	3	3	2	2	1	1	0
	–	–	–	–	14	10	8	6	6	6	8
-5		–	–		–	–	3	3	3	2	2
	–	–	–	–	–	–	19	13	11	9	
-6	·	–	–	–	–	–	–	–	–	3	3
		–	–	–	–	–	–	–	–	18	14

Bảng 2-3 [n = 4; (u_4^*, J_4^*)]

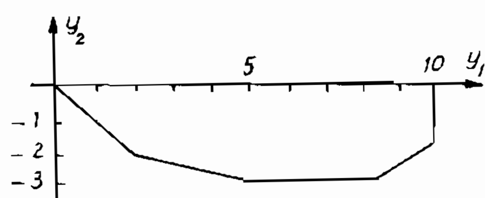
y_2 \ y_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	-3
	0	2	2	2	4	6	8	10	14	18	20
-1	—	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-2	-2
	—	1	1	1	1	3	3	5	7	9	13
-2	—		2	1	1	0	0	0	-1	-1	-1
	—	—	4	2	2	2	2	2	4	6	6
-3	—	—	—	3	2	1	1	1	1	0	0
	—	—	—	9	5	5	3	3	3	3	5
-4	—	—	—	—	—	3	2	2	1	1	1
	—	—	—	—	—	10	8	6	6	6	4
-5	—	—	—	—	—	—	—	3	3	2	2
	—	—	—	—	—	—	—	13	11	9	9
-6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18	14

Bảng 2-4 [n = 5; (u_5^*, J_5^*)]

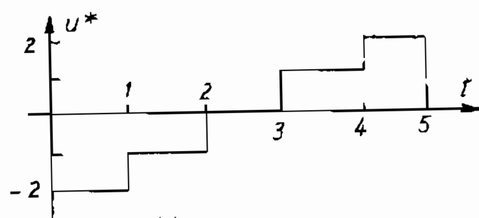
y_2 \ y_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2
	0	2	2	2	2	4	4	6	8	10	10
-1		1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-2
	—	1	1	1	1	1	3	3	3	5	7
-2	—	—	2	1	1	0	0	0	0	0	-1
	—	—	4	2	2	2	2	2	2	2	4
-3	—	—	—	3	2	1	1	1	1	0	0
	—	—	—	9	5	5	3	3	3	3	3
-4	—	—	—	—	—	3	2	2	1	1	1
	—	—	—	—	—	10	8	6	6	6	4
-5	—	—	—	—	—	—	—	3	3	2	2
	—	—	—	—	—	—	—	13	11	9	9
-6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18	14

Bảng 2-5 $[n = 6;\ (u_6^*,\ J_6^*)]$

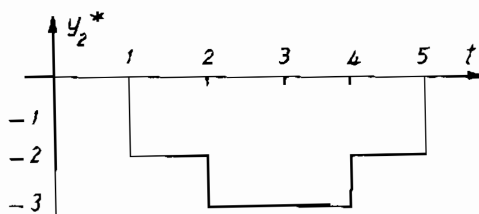
y_2 \ y_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2
	0	2	2	2	2	2	4	4	4	6	8
-1	–	1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1
	–	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3
-2	–	–	2	1	1	0	0	0	0	0	0
	–	–	4	2	2	2	2	2	2	2	2
-3	–	–	–	3	2	1	1	1	1	0	0
	–	–	–	9	5	5	3	3	3	3	3
-4	–	–	–	–	–	3	2	2	1	1	1
	–	–	–	–	–	10	8	6	6	6	4
-5	–	–	–	–	–	–	–	3	3	2	2
	–	–	–	–	–	–	–	13	11	9	9
-6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	3	3
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	18	14



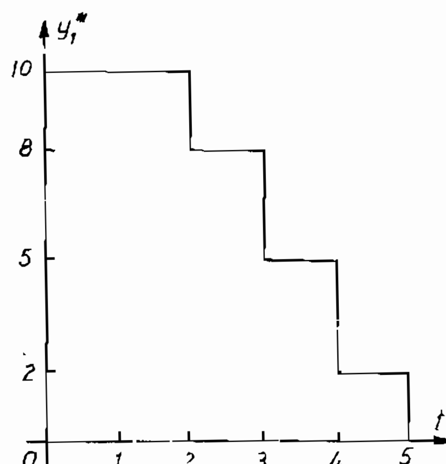
a)



b)



c)



d)

Hình 2-21.

Bảng 2-6

n	y_1	y_2	u	G
5	10	0	-2	4
4	10	-2	-1	1
3	8	-3	0	0
2	5	-3	1	1
1	2	-2	2	4
0	0	0	0	10

Ở bảng 2-6 có kết quả của trường hợp N = 5 và trạng thái ban đầu là (10, 0). Ở bảng 4 [n = 5] với quyết định đầu tiên $u_5^*(10, 0) = -2$ ta tiến đến điểm có tọa độ 10 và −2 với n = 4, ở bảng 2-3 [n = 4] có $u_4^*(0, -2) = -1$ v.v...

Tổng của tổn thất từng phần G, bằng tổng của tổn thất ở bảng 4 [n = 5]. Trên h.2-21 có quỹ đạo pha của $y_2(y_1)$ (h.2-21a) cũng như các hàm $u^*(t)$, $y_2^*(t)$ $y_1^*(t)$ theo thời gian.

So sánh với h.2-15 (bài toán 5 - tiết kiệm năng lượng) ta thấy $u^*(t)$ và $y_2^*(t)$ có hình dạng giống nhau. Sự khác nhau là ở dấu của $y_1(0)$. Khi N càng lớn, các đường gãy khúc ở đồ thị trên h.2-21 càng trơn và gần với h.2-15.

II.2.3. DẠNG LIÊN TỤC CỦA NGUYÊN LÝ TỐI ƯU

II.2.3.1. Phương trình Hamilton - Jacobi

Hệ được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$\dot{\mathbf{y}} = f(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t); \ \mathbf{u} \in U(t). \tag{2-89}$$

Hàm tổn thất cần cực tiểu hóa có dạng:

$$J = \int_0^T G(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t)dt. \tag{2-90}$$

Theo nguyên lý tối ưu, ta có:

$$\int_\tau^T G dt = \min; \ 0 < \tau \le T.$$

Xem τ là thời điểm trung gian, ta có hàm tổn thất:

$$J = \int_\tau^T G(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t)dt. \tag{2-91}$$

Hàm tổn thất cực tiểu được biểu thị bởi:

$$J^*(\mathbf{y}, \tau) = \min_{\mathbf{u}} J. \ ... \tag{2-92}$$

Từ (2-92) ta có

$$J^*(\mathbf{y}, T) = 0; \ \forall \ y. \tag{2-93}$$

Bằng cách áp dụng nguyên lý tối ưu cho các quá trình với những chặng rất bé, ta có phương trình với đạo hàm riêng Hamilton - Jacobi, còn nếu giải bằng biểu thức đặc trưng ta có phương trình Hamilton - Pontryagin.

Các phương trình này cũng với các điều kiện giới hạn cho phép xác định

luật điều khiển tối ưu hoặc bằng hàm theo thời gian (điều khiển hệ hở) hoặc bằng hàm của thời gian còn lại của trạng thái hiện thời (điều khiển hệ kín).

Với hai khoảng thời gian xác định bởi 3 điểm τ, $\tau + d\tau$ và T, theo nguyên lý tối ưu ta có:

$$J^*(y, \tau) = \min_u [G(\mathbf{y}, \mathbf{u}, \tau)d\tau + J^*(\mathbf{y} + d\mathbf{y}, \tau + d\tau)]$$

$$= \min_u [G(\mathbf{y}, \mathbf{u}, \tau)d\tau + J^*(\mathbf{y}, \tau) + dJ^*].$$

Vế thứ hai trong dấu ngoặc không phụ thuộc **u**, có thể đưa ra ngoài và triệt tiêu với vế trái. Sau khi chia cho $d\tau$ ta có:

$$0 = \min_u \left(G + \frac{dJ^*}{d\tau}\right),$$

hay: $$0 = \min_u \left(G + \frac{\partial J^*}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial J^*}{\partial y_i} \dot{y}_i\right). \quad (2\text{-}94)$$

Dùng ký hiệu $\frac{\partial J^*}{\partial \tau} = p_0$; $\frac{\partial J^*}{\partial y_i} = p_i$,

ta có $$\mathbf{p} = \nabla \mathbf{y}\ J^*. \quad (2\text{-}95)$$

Đạo hàm riêng p_i là biến liên hợp, gồm có các thành phần của véctơ liên hợp p - gradiên của J* theo véctơ trạng thái.

Vì p_0 không phụ thuộc u nên (2-94) có dạng:

$$\min_u (G + \mathbf{p}^T\dot{\mathbf{y}}) + p_0 = 0. \quad (2\text{-}96)$$

Phương trình đạo hàm riêng (2-96) gọi là *phương trình Hamilton - Jacobi*.

Có thể mô tả (2-96) giản đơn hơn nữa nếu dùng hàm Hamilton hay hàm Pontryagin:

$$H = G + p^T\dot{y}. \quad (2\text{-}97)$$

Phương trình (2-96) lúc bấy giờ tương đương với 2 phương trình sau:

$$H^* = \min_u H, \quad (2\text{-}98)$$

$$H^* + p_0 = 0. \quad (2\text{-}99)$$

Biểu thức (2-98) thể hiện nguyên lý cực tiểu mang tên là nguyên lý cực

đại Pontryagin. Chỉ thay đổi dấu của hàm Hamilton là có thể biến cực tiểu thành cực đại. Nguyên lý này là điều kiện cần: điều khiển là tối ưu nếu nó tồn tại và cực tiểu (cực đại) hóa hàm Hamilton. Ngược lại có thể có nhiều luật điều khiển cực tiểu (cực đại) hóa hàm Hamilton, mà cần chọn luật nào cực tiểu hóa tốt nhất hàm tổn thất làm đáp án.

Có 2 trường hợp sau:

a) Trong miền U của véctơ điều khiển có 1 hay nhiều cực tiểu (đại) nghĩa là:

$$V_u H = 0.$$

b) Ngược lại cần tìm ở biên giới của miền U cực tiểu (hay cực đại) của H (như ở h.2-17).

II.2.3.2. Ví dụ ứng dụng

Với bài toán 5 - bài toán tiết kiệm năng lượng - hãy xác định điều khiển tối ưu ($u = u_u$) của động cơ một chiều kích từ độc lập, cực tiểu hóa tổn hao năng lượng (điện và cơ) với các số liệu cụ thể sau:

Mômen cản: $M_c = k_1\omega$; $k_1 = 10$ gcm s,

ω - tốc độ thấp.

Mạch phần ứng: $L_u = 0$; $R_u = 5\Omega$,

Mômen quán tính: $J = 0{,}2$gcm s^2,

Hệ số sức điện động: $C_e = 0{,}096$ Vs,

Hệ số mômen: $c_m = 30$ gcm/a.

Phương trình cân bằng điện áp và cân bằng mômen của động cơ tương ứng:

$$u_u = I_u R_u + c_e\omega, \qquad (2\text{-}100)$$

$$c_m I_u - k_1\omega = J\frac{d\omega}{dt}. \qquad (2\text{-}101)$$

Từ (2-100): $I_u = \dfrac{u_u}{R_u} - \dfrac{c_e\omega}{R_u}$,

và thay vào (2-101)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c_m}{J}\left(\frac{u_u}{R_u} - \frac{c_e\omega}{R_u}\right) - \frac{k_1}{J}\omega$$

$$= -\left(\frac{k_1}{J} + \frac{c_e\, c_m}{R_u\, J}\right)\omega + \frac{c_m}{JR_u}u_u. \qquad (2\text{-}102)$$

Vì $\frac{c_e c_m}{R_u} = \frac{0,096.\ 30}{5} = 0,52 << K_1 = 10,$

nên phương trình trạng thái của hệ từ (2-101) có dạng:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{k_1}{J}\omega + \frac{c_m}{JR_u}u_u. \tag{2-103}$$

Với $y \equiv \omega$

$u \equiv u_u$

Chỉ tiêu chất lượng - hàm tổn thất (2-90) được xác định như sau:

$$J = \int_0^{\infty} G(y,\ u)dt.$$

Với $G = \Delta P_d + \Delta P_c$ bao gồm tổn thất điện ΔP_d và tổn thất cơ ΔP_c.

$$\Delta P_d = I_u R_u = \frac{u_u^2}{R_u} = 0,2u_u^2\ j/sV^2,$$

$$\Delta P_c = 9,81.\ 10^{-5}\ M_c\omega = 9,81.10^{-5}\ k_1\omega^2,$$

$$J = \int_0^{\infty}(0,981.\ 10^{-3}\ \omega^2 + 0,2\ u_u^2)dt$$

$$= \int_0^{\infty}(a_1\omega^2 + a_0 u_u^2)dt. \tag{2-104}$$

Áp dụng biểu thức (2-94) ta có:

$$a_1\omega^2 + a_0u_u^2 + \frac{\partial J^*}{\partial\omega}(-\frac{k_1}{J}\ \omega + \frac{c_m}{JR_u}\ u_u) = 0. \tag{2-105}$$

Lấy đạo hàm (2-105) theo u_u ta có:

$$2a_0u_u + \frac{\partial J^*}{\partial\omega}\ \frac{c_m}{JR_u} = 0, \tag{2-106}$$

Từ (2-106) rút ra: $\frac{\partial J^*}{\partial\omega} = -\ \frac{2a_0u_uJR_u}{c_m}$ và thay vào (2-105):

$$a_1\omega^2 + a_0u_u^2 - \frac{2a_0JR_uu_u}{c_m}\ (-\ \frac{k_1}{J}\ \omega + \frac{c_m}{JR_u}\ u_u) = 0.$$

Từ đó rút ra:

$$-u_u^2 + \frac{k_1 R_u}{c_m} 2\omega u_u + \frac{a_1}{a_0}\omega^2 = 0 \ ;$$

$$u_u^* = -K\omega, \tag{2-107}$$

$$K = -\frac{k_1 R_u}{c_m} + \sqrt{\left(\frac{k_1 R_u}{c_m}\right)^2 + \frac{a_1}{a_0}} \approx 0{,}87 \cdot 10^{-3}\ \text{Vs}$$

Điện áp mạch phần ứng phải biến thiên tỷ lệ với tốc độ động cơ.

II.2.3.3. Phương trình Hamilton - Pontryagin

Phương pháp hàm đặc trưng được tóm tắt như sau:

Với phương trình đạo hàm riêng:

$$F(z, y_i, p_i) = 0, \tag{2-108}$$

mà $p_i = \dfrac{\partial z}{\partial y_i}$; $i = 0, 1, 2, ..., n.$

Có thể chứng minh rằng: z, y_i, p_i thỏa mãn hệ phương trình vi phân sau:

$$\frac{dy_i}{\dfrac{\partial F}{\partial p_i}} = \frac{dz}{\sum\limits_{j=0}^{n} p_j \dfrac{\partial F}{\partial p_j}} = \frac{-dp_i}{\dfrac{\partial F}{\partial y_i} + p_i \dfrac{\partial F}{\partial z}} \tag{2-109}$$

Trong trường hợp này, từ (2-99) ta có:

$$y_0 = \tau;\ z = J^* \text{ và } F = H^* + p_0;$$

ta thấy $\dfrac{\partial F}{\partial z} = 0$; $\dfrac{\partial F}{\partial p_0} = 1.$

$$d\tau = \frac{dy_i}{\dfrac{\partial F}{\partial p_i}} = \frac{-dp_i}{\dfrac{\partial F}{\partial y_i}} = \frac{-dp_0}{\dfrac{\partial F}{\partial \tau}} = \frac{dz}{p_0 + \sum\limits_{j=1}^{n} p_j \dfrac{\partial F}{\partial p_j}} \tag{2-110}$$

Để tính các đạo hàm riêng $\partial F/\partial y_i$ và $\partial F/\partial p_j$ ta xem H^* là hàm của y, p và u^*:

$$H^* = H(y, u^*, p, t)$$

và ta có: $$\frac{\partial F}{\partial y_i} = \frac{\partial H^*}{\partial y_i} + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial H^*}{\partial u_j^*} \frac{\partial u_j^*}{\partial y_i}$$

$$\frac{\partial F}{\partial p_i} = \frac{\partial H^*}{\partial p_i} + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial H^*}{\partial u_j^*} \frac{\partial u_j^*}{\partial p_i} \qquad (2\text{-}111)$$

Ta sẽ chứng minh rằng: hai tổng của (2-111) đều bằng không. Có 2 trường hợp:

a) Nếu u^* ở giữa miền U, ta có:

$$\frac{\partial H^*}{\partial u_j^*} = 0 \text{ với mọi } j\ ;$$

b) nếu u^* ở biên của miền U, nó sẽ là một hằng hoặc chỉ là hàm của thời gian sao cho:

$$\frac{\partial u_j^*}{\partial y_i} = \frac{\partial u_j^*}{\partial p_i} = 0.$$

Từ đó các tổng ở các đạo hàm riêng bằng không và ta có:

$$\dot{y}_i = \frac{\partial H^*}{\partial p_i}\ ;\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H^*}{\partial y_i}\ , \qquad (2\text{-}112)$$

hay dạng tương tự:

$$\dot{\mathbf{y}} = \nabla pH^*;\ \dot{\mathbf{p}} = -\nabla y\ H^* \qquad (2\text{-}113)$$

Đó là *phương trình Hamilton - Pontryagin*. Với điều kiện giới hạn hợp lý, nghiệm của chúng là điều khiển tối ưu cần tìm.

Chú ý là phần đầu của (2-112) hay (2-113) chính là phương trình trạng thái với $u = u^*$

$$\dot{\mathbf{y}} = f(\mathbf{y}, \mathbf{u}^*, t)$$

Biểu thức (2-110) còn cho phép rút ra 2 phương trình bổ sung sau:

$$\dot{p}_0 = -\frac{\partial H^*}{\partial \tau} - \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial H^*}{\partial u_j^*} \dot{u}_j^*, \qquad (2\text{-}114)$$

$$\dot{J}^* = p_0 + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial H^*}{\partial p_j} \qquad (2\text{-}115)$$

Ví dụ ứng dụng

Với đối tượng $\dot{y}_1 = y_2$

$$\dot{y}_2 = u$$

$$G = y_1^2 + \lambda u^2.$$

Ta lập hàm Hamilton:

$$H = G + p_1\dot{y}_1 + p_2\dot{y}_2$$

$$= y_1^2 + \lambda u^2 + p_1 y_2 + p_2 u.$$

H sẽ có cực trị với:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 2\lambda_u + p_2 = 0 \ ;$$

$$u^* = -\frac{p_2}{2\lambda},$$

và: $$H^* = y_1^2 + p_1 y_2 - \frac{p_2^2}{4\lambda}.$$

Phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{y}_1 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{p_2}{2\lambda} = u^*.$$

$$\dot{p}_1 = -2y_1,$$

$$\dot{p}_2 = -p_1,$$

và các phương trình bổ sung

$$\dot{p}_0 = 0,$$

$$\dot{J}^* = p_0 + p_1 y_2 - \frac{p_2^2}{2\lambda}.$$

II.2.3.4. Xác định luật điều khiển hệ kín

Để xây dựng được một hệ kín có khả năng chống nhiễu người ta cần xác định véctơ điều khiển tối ưu là hàm của trạng thái hiện tại và của thời gian còn lại.

Nghiệm tổng quát của các phương trình Hamilton - Pontryagin gồm 2n hằng số. Đặt gốc trục thời gian ở thời điểm hiện tại $t = \tau = 0$. Nếu trạng thái $y(0)$ đo được hay ước lượng được, ta có n liên hệ giữa 2n hằng.

Thời điểm cuối sẽ là $t = \theta$ là thời gian còn lại. Nếu trạng thái cuối là tự do, ta biết được $p(\theta) = 0$, còn nếu trạng thái cuối là xác định, ta biết $y(\theta)$. Ta sẽ có liên hệ nữa giữa 2n hằng; 2n phương trình cho phép tính được 2n "hằng" là hàm của $y(0)$ (trạng thái hiện tại) và của θ (thời gian còn lại). Từ đó rút ra điều khiển tối ưu $\mathbf{u}^*(0)$ ở thời điểm khảo sát là hàm của $\mathbf{y}(0)$ và của θ. Điều đó đúng với mọi thời điểm giữa 0 và T nghĩa là với mọi θ từ T đến 0.

Ví dụ ứng dụng 1

Ta trở lại bài toán tiết kiệm năng lượng tối ưu - bài toán 5.

Với phương trình trạng thái:

$$\dot{y}_1 = y_2$$
$$\dot{y}_2 = u \quad ,$$

và phiếm hàm $G = u^2$, cùng trạng thái cuối $y_1(T) = y_2(T) = 0$.

Ta lập hàm Hamilton:

$$H = u^2 + p_1 y_2 + p_2 \mathbf{u},$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 2u + p_2 = 0$$

Từ đó ta có $u^* = -\dfrac{p_2}{2}$; $H^* = p_1 y_2 - \dfrac{p_2^{\,2}}{4}$.

Phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{y}_1 = y_2$$
$$\dot{y}_2 = -\frac{p_2}{2} = u^*$$
$$\dot{p}_1 = 0,$$
$$\dot{p}_2 = -p_1.$$

Từ đó ta xác định: $p_1 = A$,

$$-p_2 = At + B = 2u^*,$$

$$2y_2 = \frac{At^2}{2} + Bt + C,$$

$$2y_1 = \frac{At^3}{6} + \frac{Bt^2}{2} + Ct + D,$$

với $t = 0$: $\quad 2u^*(0) = B,$

$$2y_2(0) = C \; ; \; 2y_1(0) = D,$$

với $t = \theta$: $\quad 0 = 2y_2(\theta) = \frac{A\theta^2}{2} + B\theta + 2y_1(0).$

$$0 = 2y_1(\theta) = \frac{A\theta^3}{6} + \frac{B\theta^2}{2} + 2y_2\theta + 2y_1(0).$$

Vì $u^*(0)$ chỉ phụ thuộc B, ta loại trừ A ở 2 phương trình cuối:

$$0 = B\theta^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + 2y_2\theta\left(\frac{1}{3} - 1\right) - 2y_1$$

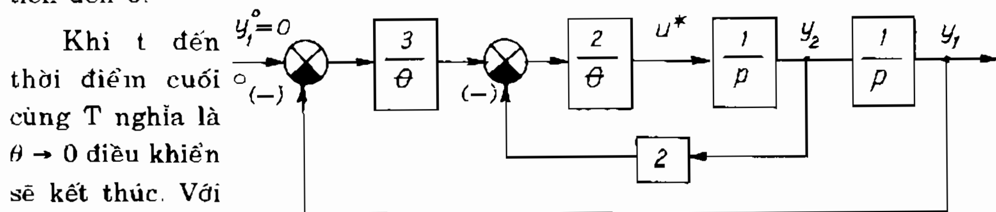
$$0 = -B\frac{\theta^2}{6} - \frac{4\theta}{3}y_2 - 2y_1$$

Từ đó:

$$u^* = -\frac{6}{\theta^2}y_1 - \frac{4}{\theta}y_2. \qquad (2\text{-}116)$$

Sơ đồ thực hiện luật điều khiển tối ưu (2-116) cho trên h.2-22:

Ở đây có hai hệ số khuếch đại tăng dần đến ∞ khi thời gian còn lại θ tiến đến 0.

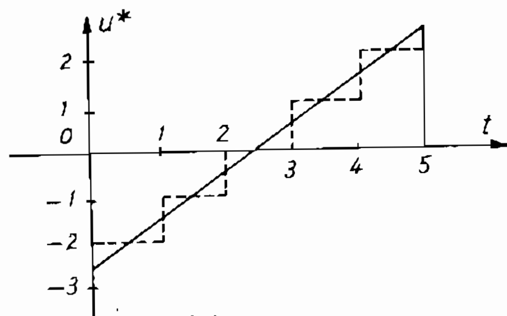


Hình 2-22.

Khi t đến thời điểm cuối cùng T nghĩa là $\theta \to 0$ điều khiển sẽ kết thúc. Với $y_1(0) = 10$; $y_2(0) = 0$; $T = 5$ ta có: $u^*(0) = -\frac{60}{25} = -2{,}4.$

Điều khiển tối ưu là một hàm tuyến tính theo thời gian.

Tích phân của u(t) từ $t = 0$ đến $t = 5$ bằng tổng trị số biến đổi của y_2. Vì $y_2(0) = y_2(5) = 0$ nên $u^*(5) = +2{,}4$. Dạng của



Hình 2-23.

điều khiển $u^*(t)$ như ở h.2-23. Kết quả trùng hợp với điều khiển gián đoạn ở h.2-21b hay đường đứt nét ở h.2-23. y_2 có trị số cực tiểu xấp xỉ bằng.

$$(y_2)_{min} = -\frac{60}{25}\,\frac{2,5}{2} = -3.$$

Ví dụ ứng dụng 2

Ta khảo sát bài toán tối ưu tác động nhanh - bài toán 1

Phương trình trạng thái:

$$\dot{y}_1 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = u$$

với điều kiện $|u| \leq 1$;

Điều kiện biên $y_1(T) = y_2(T) = 0$.

Phiếm hàm G = 1.

Hàm Hamilton có dạng:

$$H = 1 + p_1 y_2 + p_2 u,$$

$$u^* = -\text{sign}p_2.$$

Phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{y}_1 = y_2$$
$$\dot{y}_2 = u$$

$$\dot{p}_1 = 0$$

$$\dot{p}_2 = -p_1$$

Từ 2 phương trình sau: $p_1 = A$; $p_2 = -At + B$.

Như vậy $p_2(t)$ sẽ bằng không khi đổi dấu (không quá 1 lần) và quỹ đạo cuối cùng qua gốc tọa độ.

Quỹ đạo pha với u = +1 là:

$$\dot{y}_1 = y_2;\ \dot{y}_2 = +1,$$

$$\frac{dy_1}{dy_2} = y_2,$$

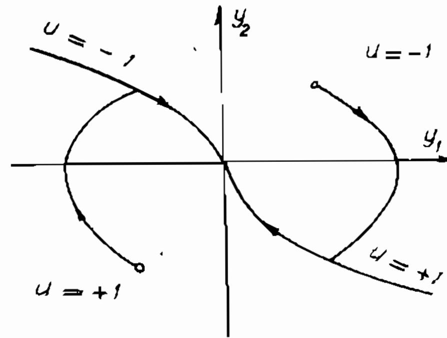
$$dy_1 = y_2 dy_2,$$

$$y_1 = \frac{1}{2} y_2^2 + C$$

Quỹ đạo pha với u = -1 là:

$$y_1 = -\frac{1}{2} y_2^2 + C$$

Hướng chuyển động được xác định bởi $y_2 = u^*$. Khi y_2 tăng: u = +1 ngược lại khi y_2 giảm: u = -1. Hai quỹ đạo pha qua gốc trục, đường chuyển đổi là 2 nửa parabôn như ở h.2-24.



Hình 2-24.

Phương trình đường chuyển đổi:

$$y_1 = -\frac{1}{2} y_2 | y_2 | .$$

Điều khiển tối ưu: $u^* = (\text{sign} x)$, với $x = -(y_1 + \frac{1}{2} y_2 | y_2 |)$.

Sơ đồ thực hiện như ở h.2-7 hay h.2-12.

Ví dụ ứng dụng 3

Bài toán tối ưu tác động nhanh của 2 mục tiêu di động - bài toán 6.

Phương trình tiếp cận của 2 mục tiêu, theo (2-21) là:

$$T\ddot{x} + \dot{x} = u - b,$$

với điều kiện đầu: $x(0) = -a$; $\dot{x}(0) = -b$, mà T - hằng số thời gian của đối tượng được điều khiển; b - tốc độ của mục tiêu không điều khiển; a - khoảng cách ban đầu giữa 2 mục tiêu. Dưới dạng chung, với $x_1 = x$; $x_2 = \dot{x}$ ta có thể viết:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{T} (-x_2 + u - b)$$

Hàm Hamilton được thành lập:

$$H = 1 + p_1\dot{x}_1 + p_2\dot{x}_2 = 1 + p_1x_2 + \frac{1}{T}p_2(-x_2 + u - b).$$

Từ đó: $u = \text{sign}[p_2(t)]$;

Phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{T}(-x_2 + u - b)$$

$$\dot{p}_1 = 0$$

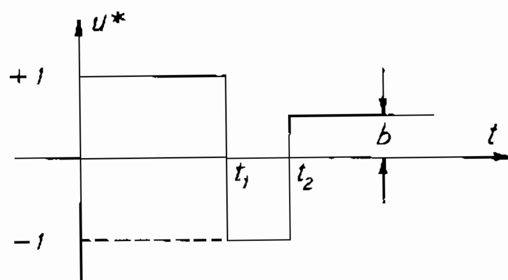
$$\dot{p}_2 = -p_1 + \frac{1}{T}p_2$$

Từ đó ta xác định: $p_1 = A$,

$$p_2 = C_1 + C_2e^{-t/T}.$$

và $$u^* = \text{sign}(C_1 + C_2e^{-t/T}). \quad (2\text{-}117)$$

Theo (2-117) có thể suy ra rằng điều khiển gồm 2 giai đoạn; giai đoạn đầu: $o < t \leq t_1$ mục tiêu cần tăng tốc độ: $u = +1$ và sau đó, nghĩa là: $t_1 \leq t < t_2$ sẽ hãm: $u = -1$. Thời điểm chuyển đổi t_1 và kết thúc quá trình tiếp cận t_2 cần được tính. Với $t > t_2$ hai mục tiêu sẽ cùng tốc độ và $u = b$,



Hình 2-25.

Với $\tau = \frac{t}{T}$ phương trình (2-21) có dạng:

$$\dot{x}_2 + x_2 = u - b. \quad (2\text{-}218)$$

với điều kiện:

$$x_1(0) = -a$$

$$x_1(\tau_2) = 0$$

$$x_2(0) = -b$$

$$x_2(\tau_2) = 0$$

Trong khoảng $(0, \tau_1]$; $u = +1$, phương trình (2-118) có dạng:

$$\dot{x}_2 + x_2 = 1 - b, \tag{2-119}$$

từ đó $x_2 = (1 - b) + ce^{-\tau}$, $(0 \le \tau \le \tau_1)$ (2-120)

Điều kiện đầu: $x_2(0) = -b$ xác định hằng số C của (2-120) và ta có:

$$x_2 = (1 - b) - e^{-\tau}; \ (0 \le \tau \le \tau_1) \tag{2-121}$$

Lấy tích phân của (2-121) và kết hợp điều kiện đầu $x_1(0) = -a$ ta có:

$$x_1 = -(a + 1) + (1 - b)\tau + e^{-\tau}; \ (0 \le \tau \le \tau_1). \tag{2-122}$$

Thay $\tau = \tau_1$ trong các phương trình (2-121) và (2-122) trên để có điều kiện đầu cho các phương trình vi phân của chuyển động trong khoảng $[\tau_1, \tau_2]$; với $u = -1$:

$$\begin{aligned} x_1(\tau_1) &= -(a + 1) + (1 - b)\tau_1 + e^{-\tau_1} \\ x_2(\tau_1) &= (1 - b) - e^{-\tau_1} \end{aligned} \tag{2-123}$$

và phương trình (2-119) sẽ có dạng:

$$\dot{x}_2 + x_2 = -(1 + b). \tag{2-124}$$

Lấy tích phân (2-124) và tính đến điều kiện biên (2-123) ta có:

$$x_2(\tau) = -(1 + b) + (2 - e^{-\tau_1})e^{-(\tau - \tau_1)} \ ; \ \tau_1 \le \tau \le \tau_2 \tag{2-125}$$

$$x_1(\tau) = (1 - a + 2\tau_1) - (1 + b)\tau - (2 - e^{-\tau_1})e^{-(\tau - \tau_1)}; \ \tau_1 \le \tau \le_2 \tag{2-126}$$

Ở thời điểm gặp nhau $x_1(\tau_2) = x_2(\tau_2) = 0$.

Thay thế $\tau = \tau_2$ vào các phương trình (2-125) và (2-126) ta có:

$$-(1 + b) + (2 - e^{-\tau_1})e^{-(\tau_2 - \tau_1)} = 0$$

$$(1 - a + 2\tau_1) - (1 + b)\tau_2 - (2 - e^{-\tau_1})e^{-(\tau_2 - \tau_1)} = 0$$

Từ hai phương trình trên có thể rút ra

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \frac{2\tau_1 - a - b}{1 + b} \\ \tau_2 &= \tau_1 + \ln\frac{2 - e^{-\tau_1}}{1 + b} \end{aligned} \tag{2-127}$$

Từ (2-127), bằng phương pháp đồ thị có thể xác định được trị số τ_1 và τ_2 cần tìm.

II.2.3.5. Định lý về n khoảng

Ở các bài toán 1, 3 và 6 ta thấy điều khiển có dạng giống nhau, nhận

cac giá trị bằng ± 1 không quá 2 lần. Tất cả các bài toán trên đều có phương trình vi phân và phiếm hàm tuyến tính, ngoài ra nghiệm của chúng đều không phải nghiệm phức.

Ở bài toán 1 và 3 phương trình đặc tính $p^2 = 0$ ứng với nghiệm $p_1 = p_2 = 0$, phương trình đặc tính ở bài toán 6: $p(pT + 1) = 0$ có nghiệm $p_1 = 0$, $p_2 = - 1/T$.

Đặc điểm về hình dạng của điều khiển nói trên là trường hợp riêng của định lý tổng quát sau:

"Đối với hệ tuyến tính bậc n, khi các nghiệm của phương trình đặc tính đều thực và tín hiệu điều khiển có dạng $|u| \leq 1$ thì điều khiển tối ưu $u^*(t)$ cực tiểu hóa phiếm hàm tuyến tính là các hàm không đổi từng đoạn,có giá trị biên ± 1 và có không quá n khoảng là hằng."

Ở hệ tuyến tính, phương trình vi phân có dạng:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}y_j + b_i u; \; (i = \overline{1, n}) \; ... \qquad (2\text{-}128)$$

hay dạng véctơ: $$\frac{dy}{dt} = Ay + bu. \qquad (2\text{-}129)$$

u là điều khiển duy nhất. Giả thiết là phương trình chuyển động tự do của đối tượng (u = 0) chỉ có nghiệm thực và âm. Hàm Hamilton có dạng:

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i \dot{y}_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i a_{ij} y_j + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} p_i b_k u \qquad (2\text{-}130)$$

Theo (2-112) phương trình liên hợp được xác định:

$$\frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial H^*}{\partial y_i} = - \sum_{\alpha=1}^{n} a_{\alpha j} p_\alpha, \qquad (2\text{-}131)$$

hay dạng véctơ: $$\dot{p} = -A^1 p. \; ... \qquad (2\text{-}132)$$

Trong biểu thức (2-130) chỉ có thành phần cuối cùng của vế phải là phụ thuộc u, từ đó theo kết luận trên:

$$u^* = \text{sign} \sum_{i=1}^{n} b_i p_i(t) \; . \qquad (2\text{-}133)$$

Phương trình (2-131) là phương trình liên hợp của (2-128). Nếu nghiệm của phương trình đặc tính cơ bản (2-128) là thực và âm thì tính chất ấy cũng đúng với phương trình liên hợp (2-131) cho nên $p_i(t)$ có dạng:

$$p_i(t) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} e^{\alpha_j t} \qquad (2\text{-}134)$$

mà α_j là các nghiệm thực âm. Hằng số C_{ij} xác định theo điều kiện đầu. Điều khiển u* (2-133) sẽ có dạng:

$$u^* = \text{sign} \sum_{i=1}^{n} b_i \sum_{j=1}^{n} c_{ij} e^{\alpha_j t} = \text{sign} \sum_{j=1}^{n} D_j e^{\alpha_j t} \qquad (2\text{-}135)$$

Vì $\sum_{j=1}^{n} D_j e^{\alpha_j t}$ đi qua trị số 0 không quá (n - 1) lần nên điều khiển u sẽ có không quá n đoạn không đổi [11].

Lưu ý là khi có nghiệm của phương trình đặc tính là nghiệm phức hoặc hệ là phi tuyến thì định lý về n khoảng không thể áp dụng được. Điều ấy thể hiện rõ ở ví dụ dưới đây:

Ví dụ ứng dụng

Bài toán tối ưu tác động nhanh với đối tượng 1 - bài toán 7 có phương trình trạng thái:

$$\ddot{y} + y = u$$

và điều khiển dạng: $|u| \le 1$,

với điều kiện biên: $y_1(0) = -1;\ y_1(T) = 0$

$$y_2(0) = 0\ ;\ y_2(T) = 0$$

Ở đây: T- thời gian của quá trình tối ưu với $y_1 = y$, $y_2 = \dot{y}$. Bài toán đặt ra là đưa điểm biểu diễn (y_1, y_2) từ vị trí (-1, 0) đến gốc tọa độ với thời gian ngắn nhất.

Với đối tượng trên, ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= u - y_1 \end{aligned} \qquad (2\text{-}136)$$

Thành lập hàm Hamilton:

$$H = \sum_{i=1}^{2} p_i \dot{y}_i = p_1 y_2 - p_2 y_1 + p_2 u \qquad (2\text{-}137)$$

Từ (2-137), ta thấy H đạt cực đại nếu:

$$u^* = \text{sign}\ p_2(t). \qquad (2\text{-}138)$$

Theo (2-112): $\frac{dp_1}{dt} = -\frac{\partial H^*}{\partial y_1} = p_2$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{\partial H^*}{\partial y_2} = -p_1 . \qquad (2\text{-}139)$$

Ảnh theo Laplace của (2-139) tương ứng với:

$$pP_1(p) - p_1(0) = P_2(p)$$
$$pP_2(p) - p_2(0) = -P_1(p) \qquad (2\text{-}140)$$

Từ (2-140) ta có:

$$P_2(p) = \frac{pp_2(0) - p_1(0)}{1 + p^2} \qquad (2\text{-}141)$$

Trở về hàm gốc:

$$p_2(t) = A\sin(t + \alpha_0),$$

và biểu thức (2-140) suy ra: (2-142)

$$p_1(t) = -A\cos(t + \alpha_0).$$

A và α_0 thỏa mãn điều kiện:

$$A\sin\alpha_0 = \psi_2(0)$$
$$-A\cos\alpha_0 = \psi_1(0)$$

Thay thế (2-142) vào biểu thức (2-138) ta có:

$$u^* = \text{sign}[\sin(t + \alpha_0)], \qquad (2\text{-}143)$$

như ở hình 2.26 .

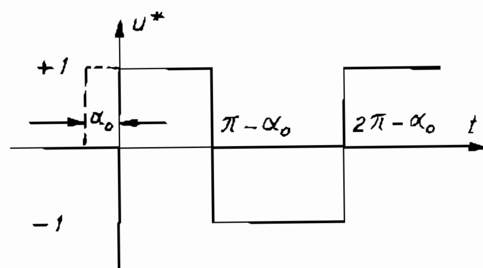
a) Để xác định quỹ đạo pha ta thay thế vào (2-136)

$$u = +1$$
$$\dot{y}_1 = y_2 \qquad (2\text{-}144)$$
$$\dot{y}_2 = 1 - y_1$$

Ở biểu thức đầu, nếu thay y_1 bởi $y_1 - 1$ thì đạo hàm vẫn không thay đổi:

$$\frac{d}{dt}(y_1 - 1) = y_2$$

$$\frac{d}{dt} y_2 = -(y_1 - 1)$$



Hình 2-26.

ta có hệ phương trình tương tự như (2-142)

$$y_1 - 1 = A\sin(t + \alpha_0)$$
$$y_2 = -A\cos(t + \alpha_0)$$

Từ đó: $$(y_1 - 1)^2 + y_2^2 = A^2. \qquad (2\text{-}145)$$

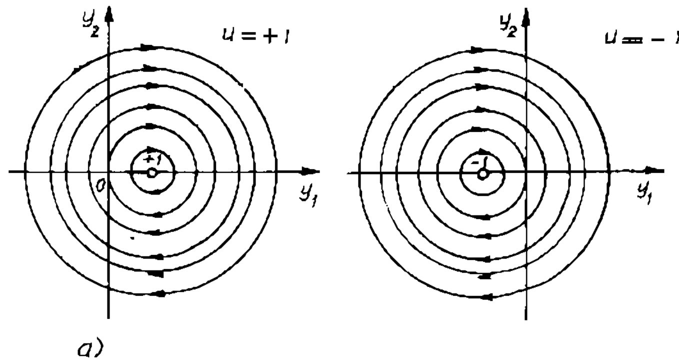
Đó là họ các phương trình đường tròn có tâm ở điểm (+1, 0) như trên h.2-27a. Điểm biểu diễn chuyển động đều theo quỹ đạo pha (với thời gian π được nửa đường tròn).

b) Thay thế $u = -1$ vào (2-136) ta có kết quả tương tự:

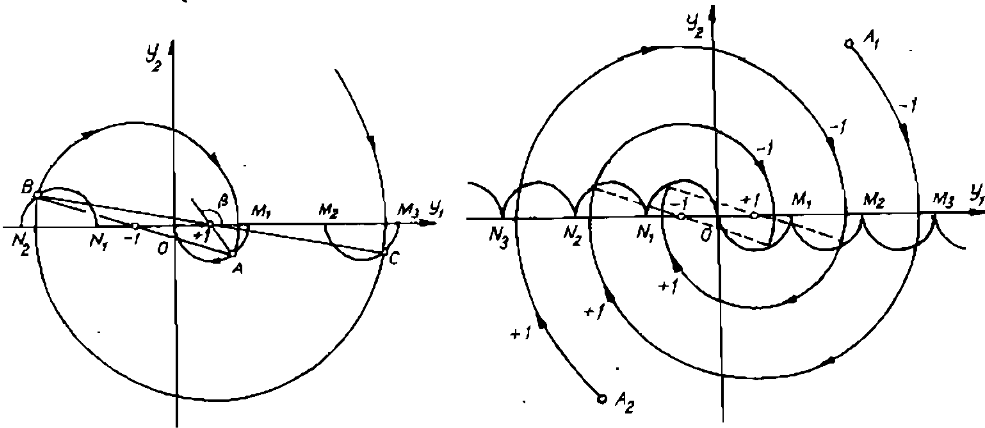
$$(y_1 + 1)^2 + y_2^2 = A^2. \qquad (2\text{-}146)$$

Quỹ đạo pha là họ các đường tròn đồng tâm với tọa độ (-1, 0) như trên h.2-27b.

Khi khảo sát hệ thống ở trạng thái cuối ta quan tâm đến đoạn quỹ đạo pha cuối cùng chuyển động đến gốc trục với thời gian β ($\beta \leq \pi$),

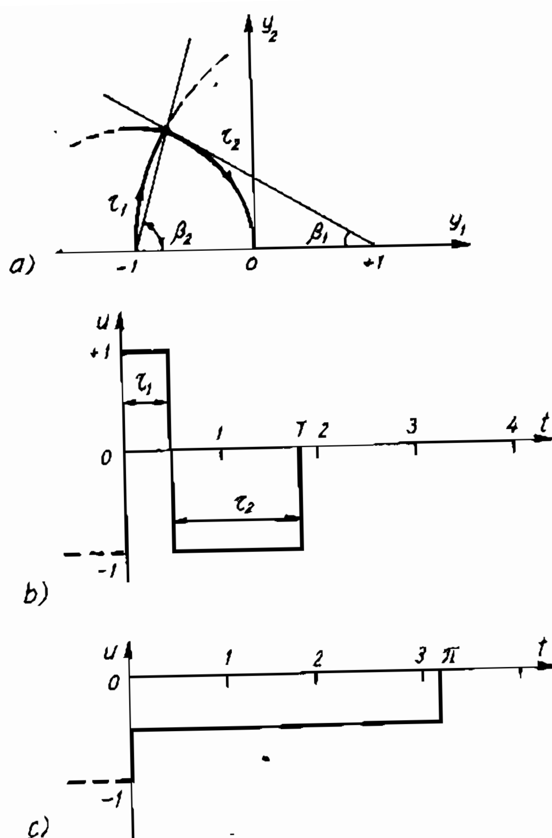


Hình 2-27.



Hình 2-28. Hình 2-29.

chẳng hạn với u = + 1 (h.2-28). Để đến được điểm A hệ thống chuyển động nửa chu kỳ với u = - 1. Điểm B đối xứng với A qua tâm với tọa độ (-1, 0) nghĩa là điểm B nằm trên nửa đường tròn N_1N_2 đối xứng với M_1O qua cùng tâm đối xứng. Cũng tương tự như vậy biện luận cho quỹ đạo pha CB v.v... Tổng hợp lại ta có quỹ đạo pha như ở h.2-29 cho cả trạng thái cuối cùng ứng với u = + 1 cũng như -1. Các quỹ đạo pha phía trên đường cong ... $M_3M_2M_1ON_1N_2N_3$... ứng với u = -1 và phía dưới: u = +1 nên nó là đường chuyển đổi. Ở bài toán trên, phương trình đặc tính $p^2 + 1 = 0$ có 2 nghiệm thuần ảo $p_{1,2} = \pm j$ và số lần chuyển đổi còn lớn hơn 2. Việc xác định số lần chuyển đổi và quỹ đạo pha cho bài toán đặt ra là theo điều kiện đầu.



Hình 2-30.

Điều khiển tối ưu để đưa hệ thống từ điểm (-1, 0) đến gốc tọa độ phải gồm 2 đoạn với thời gian τ_1 (u = +1) và τ_2 (u = -1) như ở h.2-30. Thời gian được tính bằng cách đo trị số của các góc β_1 và β_2 tương ứng với τ_1 và τ_2.

Kết quả đo được $\beta_1 = 30^o$ ($\tau_1 = 0{,}52$) và $\beta_2 = 73^o$ ($\tau_2 = 1{,}28$). Tổng thời gian $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 1{,}8$. So sánh với phương án điều khiển gần tối ưu ở hệ bậc 2 (mục I.5) (h.2-11) cho bài toán trên (2-34) đối với đối tượng I là π đơn vị thời gian. Vậy điều khiển tối ưu sẽ nhanh hơn $\frac{\pi}{1{,}8} \approx 1{,}74$ lần. Ở h.2-30c, đường đứt nét ứng với $t < 0$ vì điều khiển bắt đầu xuất phát từ $u = -1$.

II.2.3.6. Dạng tổng quát với chỉ tiêu chất lượng dạng bình phương

Hệ được mô tả bởi phương trình trạng thái tuyến tính:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad \ldots \tag{2-147}$$

Hàm tổn thất dạng:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^T (\mathbf{x}^T\mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{N}\mathbf{u})dt \quad \ldots \tag{2-148}$$

Ma trận **M**, **N** đều xác định dương.

Hàm Hamilton:

$$H = \frac{1}{2}(\mathbf{x}^T\mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{N}\mathbf{u}) + \mathbf{p}^T\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{p}^T\mathbf{B}\mathbf{u}.$$

với ma trận **N** đối xứng còn **B** bất kỳ ta có

$$\nabla_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}^T\mathbf{N}\mathbf{u}) = 2\mathbf{N}\mathbf{u},$$

$$\nabla_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}^T\mathbf{B}\mathbf{u}) = \mathbf{B}^T\mathbf{p}.$$

H đạt cực tiểu (đại) khi $\mathbf{N}\mathbf{u} + \mathbf{B}^T\mathbf{p} = 0$

Véctơ điều khiển tối ưu là:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p}. \tag{2-149}$$

Các phương trình Hamilton - Pontryagin có dạng:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p}$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{M}\mathbf{x} - \mathbf{A}^T\mathbf{p}$$

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{vmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{M} & -\mathbf{A}^T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{vmatrix} \tag{2-150}$$

với $\mathbf{S} = \mathbf{B}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T$

S là ma trận đối xứng.

Nếu mô tả (2-150) dưới dạng:

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{H}\mathbf{v},$$

thì nghiệm của nó là:

$$\mathbf{v}(t) = e^{Ht}\mathbf{v}(0) = \phi(t)\mathbf{v}(0) \tag{2-151}$$

Nếu tách riêng x và p:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{p}(0) \end{vmatrix} \tag{2-152}$$

Nếu xem thời điểm hiện tại là t = 0, ta có 2 trường hợp cần phân biệt: trạng thái cuối là tự do hay áp đặt.

a. Trạng thái cuối tự do

Trong trường hợp này ta có $\mathbf{p}(\theta) = \mathbf{0}$; θ là thời gian còn lại. Điều kiện này có thể viết như sau:

$$\phi_{21}(\theta)\mathbf{x}(0) + \phi_{22}(\theta)\mathbf{p}(0) = 0,$$

từ đó: $\mathbf{p}(0) = -\phi_{22}^{-1}(\theta)\phi_{21}(\theta)\mathbf{x}(0);$

với mọi thời điểm ta có:

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\phi_{22}^{-1}(\theta)\phi_{21}(\theta)\mathbf{x}. \qquad (2\text{-}153)$$

b. Trạng thái cuối là áp đặt

$$\mathbf{x}(\theta) = \mathbf{x}^T \text{ hay:}$$

$$\phi_{11}(\theta)\mathbf{x}(0) + \phi_{12}(\theta)\mathbf{p}(0) = \mathbf{x}^T,$$

từ đó: $\mathbf{p}(0) = \phi_{12}^{-1}(\theta)[\mathbf{x}^T - \phi_{11}(\theta)\mathbf{x}(0)],$

và với mọi thời điểm:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\phi_{12}^{-1}(\theta)\ [\mathbf{x}^T - \phi_{11}(\theta)\mathbf{x}] \qquad (2\text{-}154)$$

Ví dụ ứng dụng

Ta khảo sát bài toán 5 - bài toán tiết kiệm năng lượng.

Với hệ điều khiển có các phương trình sau

$$\dot{y}_1 \equiv \dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{y}_2 \equiv \dot{x}_2 = u$$
$$G = u^2$$
$$x(T) = x^T = 0.$$

Các ma trận được xác định như sau:

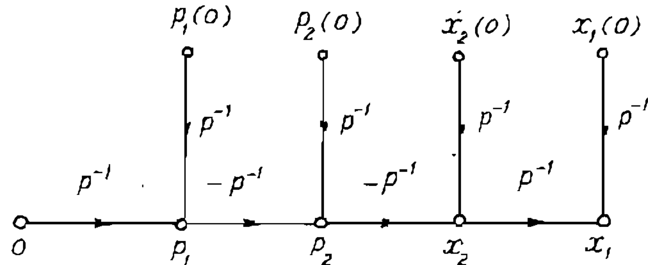
$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \mathbf{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}; \mathbf{M} = 0; \mathbf{N} = 1;$$

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} [0\ \ 1] = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Từ đó ma trận H:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & -1 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Sơ đồ graph tín hiệu như trên h.2-31.



Hình 2-31.

Cột i của ma trận chuyển tiếp thể hiện điều kiện đầu $x_i(0)$ của lượng gia tăng của biến trạng thái. Theo sơ đồ graph tín hiệu ở h.2-31 ta có:

$$\phi(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & . & \theta^3/6 & -\theta^2/2 \\ 0 & 1 & . & \theta^2/2 & -\theta \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & 1 & 1 \\ 0 & 0 & . & -\theta & 0 \end{vmatrix}$$

Vì trạng thái cuối là áp đặt, (2-154) cho kết quả sau:

$$u^* = [0 \quad 1] \begin{vmatrix} \theta^3/6 & -\theta^2/2 \\ \theta^2/2 & -\theta \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} x =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [0 \quad 1] \begin{vmatrix} -\theta & \theta^2/2 \\ -\theta^2/2 & \theta^3/6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} x =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [-\theta^2/2 \;\; \theta^3/6] \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} x =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [-\theta^2/2 \;\; -\theta^3/3]x = [-6/\theta^2 \;\; -4/\theta]x$$

Cuối cùng: $u^* = -\frac{6}{\theta^2}x_1 - \frac{4}{\theta}x_2 \equiv -\frac{6}{\theta^2}y_1 - \frac{4}{\theta}y_2$.

Kết quả này trùng khớp với (2-116) đã khảo sát.

II.2.4. ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU CÁC HỆ TUYẾN TÍNH VỚI CHỈ TIÊU DẠNG BÌNH PHƯƠNG

II.2.4.1. Phương trình Ricatti

Phương trình trạng thái của hệ:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \quad (2\text{-}155)$$

với hệ tùy động, véc tơ trạng thái mong muốn là $\mathbf{x}^d$ thì sai lệch được xác định bởi:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}^d - \mathbf{x}. \quad (2\text{-}156)$$

Hàm tổn thất có dạng:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^T (\mathbf{e}^T\mathbf{Me} + \mathbf{u}^T\mathbf{Nu})dt \quad (2\text{-}157)$$

M và **N** đều là các ma trận xác định dương và đối xứng.

Hàm Hamilton:

$$H = \frac{1}{2}(\mathbf{e}^T\mathbf{Me} + \mathbf{u}^T\mathbf{Nu}) + \mathbf{p}^T\mathbf{Ax} + \mathbf{p}^T\mathbf{Bu} \quad (2\text{-}158)$$

Điều kiện để H cực tiểu là:

$$\nabla_u H = \mathbf{Nu} + \mathbf{B}^T\mathbf{p} = 0,$$

và điều khiển tối ưu: $\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p}$. (2-159)

Các phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{A}^T\mathbf{p} + \mathbf{Me} = -\mathbf{A}^T\mathbf{p} + \mathbf{M}(\mathbf{x}^d - \mathbf{x}) \quad (2\text{-}160)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} - \mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p} = \mathbf{Ax} - \mathbf{Sp} \quad (2\text{-}161)$$

với $\mathbf{S} = \mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T$ đối xứng.

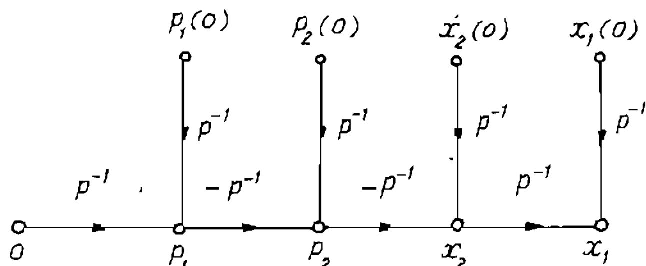
Hoặc dưới dạng ma trận:

$$\begin{vmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{M} & -\mathbf{A}^T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{vmatrix} + \mathbf{M} \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{x}^d \end{vmatrix}$$

Từ đó ma trận H:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & -1 \\ \cdots & & & & \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Sơ đồ graph tín hiệu như trên h.2-31.



Hình 2-31.

Cột i của ma trận chuyển tiếp thể hiện điều kiện đầu $x_i(0)$ của lượng gia tăng của biến trạng thái. Theo sơ đồ graph tín hiệu ở h.2-31 ta có:

$$\phi(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & . & \theta^3/6 & -\theta^2/2 \\ 0 & 1 & . & \theta^2/2 & -\theta \\ \cdots & & & & \\ 0 & 0 & . & 1 & 1 \\ 0 & 0 & . & -\theta & 0 \end{vmatrix}$$

Vì trạng thái cuối là áp đặt, (2-154) cho kết quả sau:

$$u^* = [0 \quad 1] \begin{vmatrix} \theta^3/6 & -\theta^2/2 \\ \theta^2/2 & -\theta \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{x} =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [0 \quad 1] \begin{vmatrix} -\theta & \theta^2/2 \\ -\theta^2/2 & \theta^3/6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{x} =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [-\theta^2/2 \ \ \theta^3/6] \begin{vmatrix} 1 & \theta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{x} =$$

$$= \frac{12}{\theta^4} [-\theta^2/2 \ \ -\theta^3/3]\mathbf{x} = [-6/\theta^2 \ \ -4/\theta]\mathbf{x}$$

Cuối cùng: $u^* = -\frac{6}{\theta^2}x_1 - \frac{4}{\theta}x_2 \equiv -\frac{6}{\theta^2}y_1 - \frac{4}{\theta}y_2$.

Kết quả này trùng khớp với (2-116) đã khảo sát.

II.2.4. ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU CÁC HỆ TUYẾN TÍNH VỚI CHỈ TIÊU DẠNG BÌNH PHƯƠNG

II.2.4.1. Phương trình Ricatti

Phương trình trạng thái của hệ:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \tag{2-155}$$

với hệ tùy động, véc tơ trạng thái mong muốn là $\mathbf{x}^d$ thì sai lệch được xác định bởi:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}^d - \mathbf{x}. \tag{2-156}$$

Hàm tổn thất có dạng:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^T (\mathbf{e}^T\mathbf{Me} + \mathbf{u}^T\mathbf{Nu})dt \tag{2-157}$$

M và **N** đều là các ma trận xác định dương và đối xứng.

Hàm Hamilton:

$$H = \frac{1}{2}(\mathbf{e}^T\mathbf{Me} + \mathbf{u}^T\mathbf{Nu}) + \mathbf{p}^T\mathbf{Ax} + \mathbf{p}^T\mathbf{Bu} \tag{2-158}$$

Điều kiện để H cực tiểu là:

$$\nabla_u H = \mathbf{Nu} + \mathbf{B}^T\mathbf{p} = 0,$$

và điều khiển tối ưu: $\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p}$. (2-159)

Các phương trình Hamilton - Pontryagin:

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{A}^T\mathbf{p} + \mathbf{Me} = -\mathbf{A}^T\mathbf{p} + \mathbf{M}(\mathbf{x}^d - \mathbf{x}) \tag{2-160}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} - \mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{p} = \mathbf{Ax} - \mathbf{Sp} \tag{2-161}$$

với $\mathbf{S} = \mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T$ đối xứng.

Hoặc dưới dạng ma trận:

$$\begin{vmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{M} & -\mathbf{A}^T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{vmatrix} + \mathbf{M} \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{x}^d \end{vmatrix}$$

Ta nhận thấy rằng các véc tơ x và p liên hệ nhau bởi phép biến đổi tuyến tính dạng:

$$\mathbf{p} = \mathbf{Kx} - \mathbf{v}$$

Từ (2-160) và (2-162) ta có:

$$\mathbf{K\dot{x}} + \mathbf{\dot{K}x} - \mathbf{\dot{v}} = -\mathbf{Mx} - \mathbf{A}^T\mathbf{Kx} + \mathbf{A}^T\mathbf{v} + \mathbf{Mx}^d.$$

Sau khi thay thế **x** từ (2-161) ta có:

$$\mathbf{K}(\mathbf{Ax} - \mathbf{SKx} + \mathbf{Sv}) + \mathbf{\dot{K}x} - \mathbf{\dot{v}} = -\mathbf{Mx} - \mathbf{A}^T\mathbf{Kx} + \mathbf{A}^T\mathbf{v} + \mathbf{Mx}^d.$$

Với mọi **x** đẳng thức trên có nghĩa nếu:

$$\mathbf{\dot{K}} + \mathbf{KA} + \mathbf{A}^T\mathbf{K} - \mathbf{KSK} + \mathbf{M} = 0 \qquad (2\text{-}163)$$

$$\mathbf{\dot{v}} + (\mathbf{A}^T - \mathbf{KS})\mathbf{v} + \mathbf{Mx}^d = 0 \qquad (2\text{-}164)$$

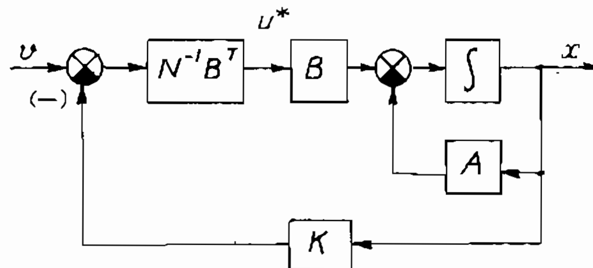
với $\mathbf{S} = \mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T$.

Hai phương trình trên cho phép xác định **K**(t) và **v**(t). Phương trình (2-163) gọi là *phương trình ma trận Ricatti*. Từ đó ta có được:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{Kx} - \mathbf{v}) \qquad (2\text{-}165)$$

$$\mathbf{\dot{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{SK})\mathbf{x} + \mathbf{Sv} \qquad (2\text{-}166)$$

Chú ý rằng **u** là hàm của **x** nên có thể xây dựng được hệ kín với phản hồi.



Hình 2-32.

Nếu trạng thái cuối là tự do, **p**(T) = 0, từ đó: **K**(T) = 0, **v**(T) = 0.

Lấy tích phân ngược lại bằng cách thay thế $\mathbf{\dot{K}}$ và $\mathbf{\dot{v}}$ bởi $-\mathbf{\dot{K}}$, $-\mathbf{\dot{v}}$ và xem **K**(0) = 0, **v**(0) = 0 là điều kiện đầu. **K**(t) và **v**(t) không phụ thuộc trạng thái của hệ có nghĩa là luật điều khiển là tối ưu với mọi điều kiện đầu. Sơ đồ khối của hệ tối ưu trên tương ứng với h.2-32.

Chú thích

1. Đối với hệ tùy động, khi muốn áp đặt trạng thái cuối x(T) gần với trạng thái mong muốn (điều khiển trạng thái cuối) hàm tổn thất có dạng:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T(T)\mathbf{F}\mathbf{e}(T) + \frac{1}{2}\int_0^T (\mathbf{e}^T\mathbf{M}\mathbf{e} + \mathbf{u}^T\mathbf{N}\mathbf{u})dt \qquad (2\text{-}167)$$

Hàm Hamilton có dạng (2-158) và từ đó, điều kiện cuối là:

$$\mathbf{p}(T) = [\nabla\mathbf{x}(\frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathbf{F}\mathbf{e})]_{t=T} = \mathbf{F}\mathbf{x}^d(T) - \mathbf{F}\mathbf{x}(T).$$

Mặt khác: $\mathbf{p}(T) = \mathbf{K}(T)\mathbf{x}(T) - \mathbf{v}(T)$

Từ đó ta có: $\mathbf{K}(T) = -\mathbf{F};\ \mathbf{v}(T) = \mathbf{F}\mathbf{x}^d(T),$ (2-168)

với mọi $\mathbf{x}(T)$ và $\mathbf{x}^d(T)$.

2. Ma trận **K** là đối xứng. Vì **M** và **S** đều đối xứng, chuyển vị phương trình ma trận Ricatti (2-163) ta có:

$$\dot{\mathbf{K}}^T + \mathbf{A}^T\mathbf{K}^T + \mathbf{K}^T\mathbf{A} - \mathbf{K}^T\mathbf{S}\mathbf{K}^T + \mathbf{M} = 0.$$

Ma trận **K** và ma trận chuyển vị của nó đều là nghiệm của cùng phương trình vi phân, hơn nữa **F** đối xứng:

$$\mathbf{K}(T) = -\mathbf{F} \rightarrow \mathbf{K}^T(T) = -\mathbf{F}^T = -\mathbf{F}.$$

Như vậy **K** và $\mathbf{K}^T$ thỏa mãn cùng phương trình vi phân và cùng điều kiện cuối nên chúng bằng nhau, vì thế K đối xứng

3. Bài toán tổng hợp bộ điều chỉnh. Trong trường hợp trượt về gốc trục, ta có $\mathbf{x}^d = 0$ và từ đó $\mathbf{v} = 0$. Phương trình có **v** không còn nữa và chỉ còn lại phương trình Ricatti với K.

Hơn nữa, nếu thay thế $\mathbf{e} = -\mathbf{C}\mathbf{x}$ ta có:

$$\mathbf{e}^T\mathbf{M}\mathbf{e} = -\mathbf{x}^T\mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{x};\ \ \mathbf{e}^T\mathbf{F}\mathbf{e} = -\mathbf{x}^T\mathbf{C}^T\mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{x}. \qquad (2\text{-}169)$$

Trong tính toán, chỉ cần thay thế các ma trận **M** và **F** bởi $\mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C}$ và $\mathbf{C}^T\mathbf{F}\mathbf{C}$ và

$$\mathbf{K}(T) = -\mathbf{C}^T(T)\mathbf{F}\mathbf{C}(T) \qquad (2\text{-}170)$$

4. Tổng hợp bộ điều chỉnh với thời gian vô tận

Nếu các ma trận **A**, **B**, **M**, **N** đều là ma trận hằng và T không xác định, luật điều khiển là bất biến vì ở mỗi thời điểm đều giống ở thời điểm kế tiếp. Do đó **K** là hằng và $\dot{\mathbf{K}} = 0$. Phương trình Ricatti trở thành hệ phương trình đại số mà nghiệm là các hệ số phản hồi.

5. Đối với bài toán tổn thất cực tiểu:

$$\mathbf{p} = \nabla_x J^* = \mathbf{Kx} - \mathbf{v}.$$

Tổn thất cực tiểu sẽ có dạng:

$$J^* = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Kx} - \mathbf{v}^T\mathbf{x} + \mathbf{K}_0. \qquad (2\text{-}171)$$

Bằng cách đưa biểu thức (2-171) vào phương trình Hamilton - Jacobi ta sẽ có các phương trình đối với **K** và **v** như trước.

II.2.4.2. Phương pháp giải phương trình Racatti

a. Phương pháp giải tích

Với những trường hợp giản đơn, dùng phương pháp giải tích như sau:

Nghiệm của phương trình ma trận:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{XB} + \mathbf{XCX} + \mathbf{D} \qquad (2\text{-}172)$$

sẽ tương đương với nghiệm của phương trình ma trận hệ tuyến tính sau:

$$\dot{\mathbf{Y}} = -\mathbf{BY} - \mathbf{CZ}, \qquad (2\text{-}173)$$

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{DY} + \mathbf{AZ}, \qquad (2\text{-}174)$$

với $\mathbf{X} = \mathbf{ZY}^{-1}$. (2-175)

Thực vậy, vì $\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{Z}}\mathbf{Y}^{-1} + \mathbf{Z}\dot{\mathbf{Y}}^{-1}$,

Nhưng $\dot{\mathbf{Y}}^{-1} = -\mathbf{Y}^{-1}\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{Y}^{-1}$.

Từ đó $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{DY} + \mathbf{AZ})\mathbf{Y}^{-1} + \mathbf{Z}(-\mathbf{Y}^{-1})(-\mathbf{BY} - \mathbf{CZ})\mathbf{Y}^{-1}$

$$= \mathbf{D} + \mathbf{AX} + \mathbf{XB} + \mathbf{XCX}.$$

Ví dụ ứng dụng

Hệ thống có phương trình vi phân: $\dot{x} = u$

Chỉ tiêu chất lượng: $J = \frac{1}{2}\int_0^T (x^2 + \lambda u^2)dt$

Trạng thái cuối không xác định.

Các ma trận có các giá trị sau:

$$\mathbf{A} = 0;\ \mathbf{B} = 1;\ \mathbf{M} = 1;\ \mathbf{N} = \lambda;$$

$$\mathbf{S} = 1/\lambda = \mu^2$$

Phương trình Ricatti với thời gian tính ngược có dạng: $\dot{\mathbf{K}} = -\mu^2\mathbf{K}^2 + 1$.

Điều khiển tối ưu có dạng:

$$u^* = -\mu^2 Kx.$$

Với thời gian không giới hạn:

$$\dot{K} = 0 \rightarrow K = \mu \text{ và } u^* = -\mu x.$$

Phương trình Racatti tương đương với hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\dot{y} = \mu^2 Z,$$

$$\dot{Z} = y \text{ với } K = Z/y$$

Vì K(0) = 0 nên ta có thể có:

$$Z(0) = 0,\ y(0) = 1.$$

Hệ phương trình cần giải dưới dạng ma trận là:

$$\begin{vmatrix} \dot{y} \\ \dot{Z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \mu^2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y \\ Z \end{vmatrix}.$$

Ma trận chuyển tiếp được tính như sau:

$$\phi^{-1}(p) = \begin{vmatrix} p & -\mu^2 \\ -1 & p \end{vmatrix};\ \Delta = p^2 - \mu^2;$$

$$\phi(p) = \frac{1}{p^2 - \mu^2} \begin{vmatrix} p & \mu^2 \\ 1 & p \end{vmatrix},$$

$$\phi(\theta) = \begin{vmatrix} ch\mu\theta & \mu sh\mu\theta \\ \frac{1}{\mu} sh\mu\theta & ch\mu\theta \end{vmatrix}.$$

Từ đó ta có nghiệm:

$$\begin{vmatrix} y(\theta) \\ Z(\theta) \end{vmatrix} = \Phi(\theta) \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ch\mu\theta \\ \frac{1}{\mu} sh\mu\theta \end{vmatrix}$$

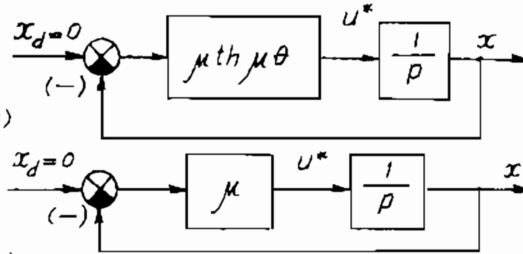
$$K = \frac{Z}{y} = \frac{1}{\mu} th\mu\theta,$$

$$\mu^2 K = \mu th\mu\theta,$$

$$u^* = -(\mu th\mu\theta)x.$$

Sơ đồ khối như ở h.2-33a.

Trong trường hợp thời gian không giới hạn: $T \to \infty$ $u^* = -\mu x$ tương ứng với hình 2-33b.



Hình 2-33 .

b. Giải phương trình Ricatti bằng phương pháp tích phân số

Giả sử hệ được mô tả bởi:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = u$$

và hàm tổn thất: $J = \frac{1}{2}\int_0^T (\eta x_1^2 + \mu x_2^2 + \lambda u^2)dt$,

Phương trình ma trận trạng thái:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \mathbf{x} + \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \mathbf{u}$$

và từ hàm tổn thất:

$2G = \eta x_1^2 + \mu x_2^2 + \lambda u^2$ ta xác định

$$\mathbf{S} = \frac{BB^T}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}[0 \quad 1] = \frac{1}{\lambda}\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \ \mathbf{M} = \begin{vmatrix} \eta & 0 \\ 0 & \mu \end{vmatrix}; \ \mathbf{N} = \lambda$$

Mặt khác ta đặt:

$$K = \begin{vmatrix} a & b \\ b & d \end{vmatrix};$$

và tính:

$$\mathbf{KA} = \begin{vmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{vmatrix}; \ \mathbf{A}^T\mathbf{K} = (\mathbf{KA})^T = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{KSK} = \frac{1}{\lambda}\begin{vmatrix} b^2 & bd \\ bd & d^2 \end{vmatrix}.$$

Phương trình Ricatti có dạng:

$$\begin{vmatrix} \dot{a} & \dot{b} \\ \dot{b} & \dot{d} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{vmatrix} - \frac{1}{\lambda} \begin{vmatrix} b^2 & bd \\ bd & d^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \eta & 0 \\ 0 & \mu \end{vmatrix} = 0.$$

Phương trình trên tương đương với 3 phương trình sau:

$$\dot{a} - \frac{b^2}{\lambda} + \eta = 0$$

$$\dot{b} + a - \frac{bd}{\lambda} = 0$$

$$\dot{d} + 2b - \frac{d^2}{\lambda} + \mu = 0$$

Với thời điểm cuối không giới hạn ta có $\dot{a} = \dot{b} = \dot{c} = 0$ và hệ phương trình trên tương đương với:

$$b^2 = \lambda\eta$$

$$d^2 = \lambda(2\sqrt{\lambda\eta} + \mu)$$

$$a^2 = \eta\,(2\sqrt{\lambda\eta} + \mu)$$

Điều khiển tối ưu là: $\mathbf{u}^* = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{K}\mathbf{x}$, mà

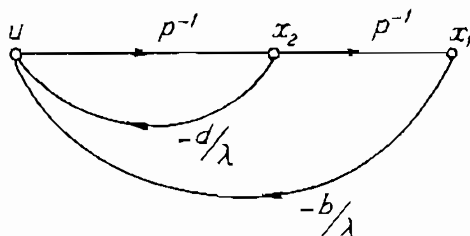
$$\mathbf{B}^T\mathbf{K} = [0 \quad 1] \begin{vmatrix} a & b \\ b & d \end{vmatrix} = [b \quad d],$$

từ đó $u^* = -\frac{1}{\lambda} bx_1 + dx_2$.

Hệ được mô tả như ở h.2-34. Đây là hệ bậc 2 với hệ số suy giảm được xác định bởi:

$$4\zeta^2 = \frac{d^2}{\lambda b} = 2 + \frac{\mu}{\sqrt{\lambda\eta}}.$$

Khi $\mu = 0$; $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ đó là hệ số suy giảm của hệ bậc 2 tối ưu.



Hình 2-34.

Kết luận

Phương trình Euler thường dùng để giải các bài toán tối ưu mà phiếm hàm dạng phi tuyến, còn điều khiển là những hàm trơn mà ta có thể dự đoán trước, dựa trên bản chất vật lý của chúng.

Phương pháp quy hoạch động bắt đầu từ việc khảo sát ở một chặng với k biến, lưu lại ở bộ nhớ rồi tiếp tục chặng tiếp theo. Phương pháp cực đại khảo sát cả quỹ đạo tối ưu n chặng, trên cơ sở kết quả trước, cải thiện cho quỹ đạo tiếp sau. Như vậy phương pháp quy hoạch động thuận tiện cho việc sử dụng máy tính nhưng khối lượng tính tăng rất nhanh đối với hệ nhiều chiều và khi cần độ chính xác cao.

Ở mỗi chặng, khi xác định biến trạng thái và điều khiển tối ưu, việc đưa vào điều kiện hạn chế ở phương pháp quy hoạch động dễ dàng hơn là ở các phương trình Pontryagin. Phương pháp quy hoạch động không yêu cầu phải có những biểu thức chính xác đối với quá trình và cho phép phát hiện tối ưu toàn bộ. Do đó, kết hợp cả hai phương pháp sẽ ưu việt hơn: bước đầu phương pháp quy hoạch động cho phép phát hiện sơ bộ cực trị toàn bộ sau đó dùng phương trình Pontryagin để giải bài toán.

Phương trình Ricatti dùng để tổng hợp các hệ tuyến tính với chất lượng dạng bình phương của sai lệch. Hệ kín ít chịu ảnh hưởng của nhiễu và sự biến đổi của thông số, phương trình Ricatti cho phép tính đến điều kiện đầu khác không và thay đổi tín hiệu đặt. Việc chọn ma trận trọng lượng thích hợp ở chỉ tiêu chất lượng là quan trọng.

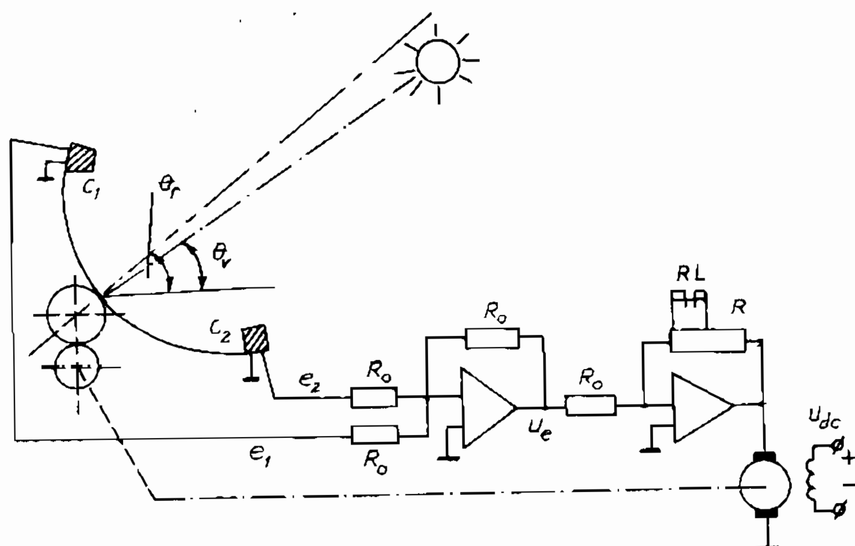
Phần III

Điều khiển thích nghi

III.1. KHÁI NIỆM CHUNG

III.1.1. VÍ DỤ VỀ MỘT HỆ TÙY ĐỘNG THÔNG THƯỜNG

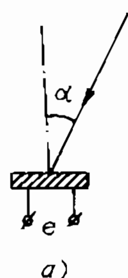
Trên h.3-1 có sơ đồ nguyên lý của một hệ tùy động liên tục bám mặt trời ("Gương mặt trời"). Sức điện động của mỗi cảm biến C (tế bào quang điện) tùy thuộc vào quang thông của chùm ánh sáng mặt trời ϕ và góc chiếu α (như ở h.3-2).

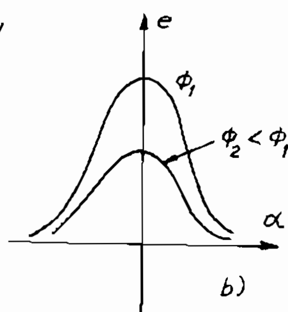


Hình 3-1.

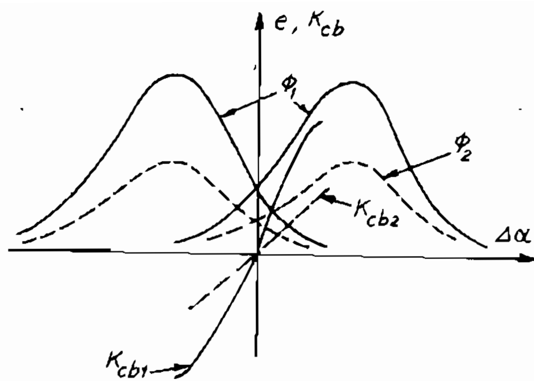
Nếu C_1, C_2 mắc kiểu vi sai, ở đầu ra của cơ cấu so sánh có điện áp $u_c = K_{ch}\Delta\alpha$ mà $K_{ch} = f(\phi)$ như ở h.3-3.

Tùy dấu và trị số của u_c mà sau khi được khuếch đại, điện áp u_{dc} đặt vào động cơ sẽ điều khiển gương quay theo hướng triệt tiêu sai lệch giữa trục quang học của gương và hướng của tia sáng mặt trời. Khi ánh sáng yếu, như





Hình 3-2.

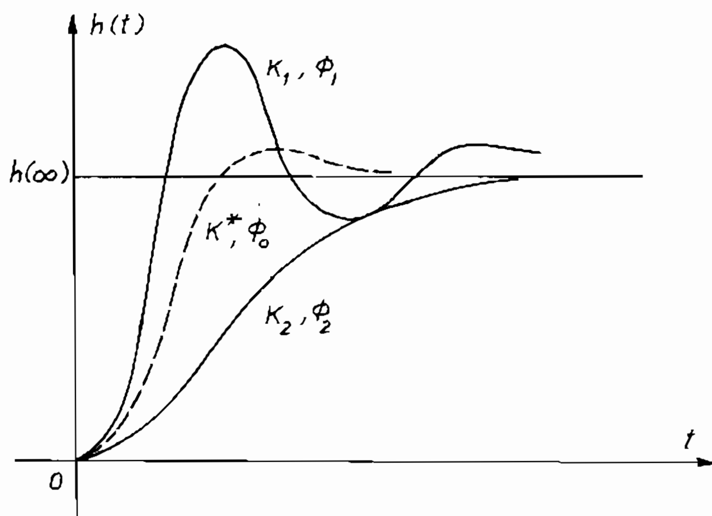


Hình 3-3.

khi bị mây che khuất thì sự thay đổi của e và cùng với nó u_e làm cho điện áp u_{dc} đặt vào động cơ giảm. Ngược lại khi nắng gắt u_{dc} tăng và tốc độ quay của động cơ sẽ lớn. Hệ số khuếch đại của cả hệ thống được xác định bởi:

$$K = K_{ch}K_{kd}K_{\Sigma}, \tag{3-1}$$

trong đó K_{ch} - hệ số biến đổi của cảm biến, $K_{kd} = \frac{R}{R_0}$ hệ số khuếch đại của khuếch đại điện tử, K_{Σ} các hệ số khuếch đại khác như của động cơ, hệ số truyền của biến tốc ... mà ta có thể xem là không thay đổi.



Hình 3-4.

Khi K_{ch} thay đổi, K cũng sẽ thay đổi theo sự thay đổi ngẫu nhiên của lượng quang thông.

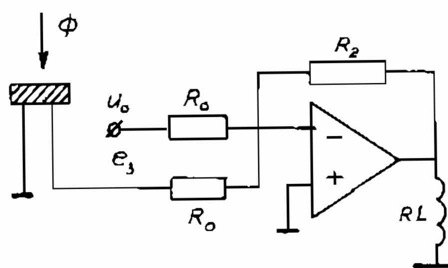
Do đó khi thiết kế không thể xác định được K^* để hệ làm việc ở trạng thái tối ưu (K^* chỉ được tính đúng với lượng quang thông ϕ_0 cố định). Khi

$K = K_1 > K^*$ hệ sẽ dao động có khi đến mất ổn định; ngược lại khi $K = K_2 < K^*$ hệ sẽ "ì", độ chính xác kém. Trên h.3-4 biểu thị hàm quá độ của chuyển động gương với điều kiện là khi vượt quá vùng kém nhạy của hệ thống, gương mới bắt đầu chuyển động như có tín hiệu bậc thang ở đầu vào.

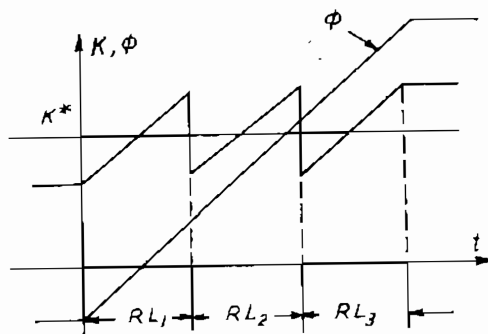
Như vậy, hệ tùy động thông thường nói trên sẽ không làm việc như mong muốn vì lượng quang thông Φ thay đổi một cách ngẫu nhiên với phạm vi biến đổi lớn.

III.1.2. ỨNG DỤNG PHẦN TỬ THÍCH NGHI TỐI GIẢN

Có thể có nhiều phương án cải thiện chế độ làm việc của gương mặt trời. Phương án giản đơn là dùng một cảm biến thứ ba C_3, đo quang thông của mặt trời, so sánh với một ngưỡng điện áp u_0 rồi điều khiển một rơle trung gian với mục đích thay đổi hệ số khuếch đại K_{kd} như ở h.3-5. Khi lượng quang thông tăng, K_{ch} tăng và rơle RL sẽ cắt một phần điện trở trong mạch phản hồi của khuếch đại K_{kd}. Hệ số khuếch đại của hệ thống K do đó mà sẽ được duy trì ở mức độ cần thiết. Nếu dùng nhiều rơle mắc song song và làm việc với những trị số ngưỡng u_{0i} khác nhau, có thể làm cho K biến đổi "trơn", gần với hệ số khuếch đại tối ưu K^* mà không phụ thuộc lượng quang thông Φ.



Hình 3-5.



Hình 3-6.

Trên h.3-6 là hàm biến thiên của Φ (giả sử là tuyến tính) và tác động của ba rơle có ngưỡng khác nhau cũng như hệ số khuếch đại tối ưu K^* đã tính trước. Thực tế cho thấy chỉ với một rơle, chế độ làm việc của hệ đã được cải thiện đáng kể [29]. Nếu trong mạch chỉnh định thông số của khuếch đại, dùng một động cơ con làm việc ở chế độ tùy động thay đổi vị trí con trượt thì ta có chế độ làm việc lý tưởng - K luôn là một hằng và bằng trị số tối ưu K^*.

III.1.3. ĐỊNH NGHĨA VÀ PHÂN LOẠI CÁC HỆ THÍCH NGHI

Trong ví dụ trên, vì sự thay đổi quang thông (nhiễu) làm thay đổi hệ số biến đổi của cảm biến K_{ch} nên chất lượng của hệ thống ($\sigma\%$, t_{qd}, s) không giữ được trị số tối ưu (ứng với $K = K^*$). Mạch thích nghi có nhiệm vụ đo độ nhạy cảm của thông số K_{ch} đối với Φ và xác định đại lượng K_{kd} cần có để đảm bảo chất lượng của hệ luôn tối ưu. Do đó lý thuyết về thích nghi gắn liền với lý thuyết về nhạy cảm [30, 31].

Có nhiều định nghĩa về hệ thích nghi và nói chung không có sự khác nhau đáng kể.

"Thích nghi là quá trình thay đổi thông số và cấu trúc hay tác động điều khiển trên cơ sở lượng thông tin có được trong quá trình làm việc với mục đích đạt được một trạng thái nhất định, thường là tối ưu khi thiếu lượng thông tin ban đầu cũng như khi điều kiện làm việc thay đổi" [33] hay:

"Điều khiển thích nghi là tổng hợp các kỹ thuật nhằm tự động chỉnh định các bộ điều chỉnh trong mạch điều khiển nhằm hiện thực hay duy trì ở một mức độ nhất định chất lượng của hệ khi thông số của quá trình được điều khiển không biết trước hay thay đổi theo thời gian".

Tổng kết sớm nhất về các phương pháp thích nghi là của Donalson D.D. và Kishi F.H. [5, 22]. Từ những năm 50 - 60 những tiến bộ của lý thuyết điều khiển đã mở đường cho hướng điều khiển mới - điều khiển thích nghi. Hàng năm có hàng trăm công trình và nhiều sách báo về vấn đề này. Xuất hiện nhiều từ mới như "hệ tự học", "hệ tự tối ưu", "hệ tự tổ chức", "hệ tự điều hưởng" v.v... Dưới ảnh hưởng của việc nghiên cứu về trí tuệ nhân tạo, một số khái niệm mới như "điều khiển mờ", "điều khiển nơ-ron", "điều khiển thông minh" ra đời và nhanh chóng được sử dụng trong thực tế.

Trong khoảng 40 năm trở lại đây, lý thuyết điều khiển thích nghi đã được hình thành như một môn khoa học, từ tư duy trở thành hiện thực nghiêm túc, từ cách giải quyết những vấn đề cơ bản trở thành bài toán tổng quát, từ vấn đề về sự tồn tại và khả năng có thể giải quyết đến những áp dụng định hướng xuất phát từ tính bền vững và chất lượng.

Hệ thích nghi có những ưu điểm sau về hiệu quả kinh tế kỹ thuật:

- Cải thiện chất lượng sản phẩm,
- Gia tăng sản lượng,
- Tiết kiệm năng lượng,

- Giảm thời gian bảo dưỡng,

- Phát hiện sớm hỏng hóc,

- Luận chứng kinh tế vững chắc.

Có thể phân loại các hệ thích nghi theo các tiêu chuẩn sau:

1. Tùy theo sự tồn tại hay không tồn tại trong hệ, tín hiệu phụ mà người ta đưa vào để "tìm" được chế độ làm việc tối ưu mà có *hệ có tín hiệu tìm* [14, 20, 37] hay *không có tín hiệu tìm* [15, 17, 23, 32], có khi được xem là phương pháp gây nhiễu thông số [5, 13].

2. Tùy thuộc vào đối tượng là tuyến tính hay phi tuyến tính, nhất là khi đặc tính tĩnh của đối tượng có cực trị (cực đại hay cực tiểu) rõ rệt mà có *hệ cực trị* [5, 6, 37] hay *hệ giải tích* [15, 16, 17, 21, 23]. Ở hệ cực trị, bản thân đối tượng có đặc tính cực đại hay cực tiểu, đó là lượng thông tin ban đầu có thêm được và trên cơ sở ấy hệ được tổng hợp giản đơn hơn. Do đó hệ cực trị phát triển sớm hơn và phương pháp khảo sát hoàn chỉnh hơn. Ở hệ giải tích, "cực trị của chất lượng", được hình thành gián tiếp cho nên gặp khó khăn trong quá trình tối ưu hóa vì mặt cực trị nhiều khi không như giả định. Do đó có những phương pháp kết hợp để tận dụng đặc điểm của chúng [14, 16, 33].

3. Điều khiển thích nghi được thực hiện trong điều kiện lượng thông tin ban đầu về đối tượng rất hạn chế. Trong nhiều trường hợp cần nhận dạng đối tượng, đó là *điều khiển gián tiếp*. Trường hợp điều khiển không qua nhận dạng là *điều khiển trực tiếp*. Kết hợp nhận dạng và điều khiển có khả năng tăng độ chính xác của hệ thống nên điều khiển gián tiếp còn được xem là điều khiển thích nghi tối ưu [22].

4. Tùy thuộc vào sự tồn tại hay không tồn tại trong hệ thích nghi, mô hình mẫu mà có *hệ có mô hình mẫu* [5, 21, 33, 34] và *không có mô hình mẫu*. Mô hình mẫu có thể nối tiếp hay song song.

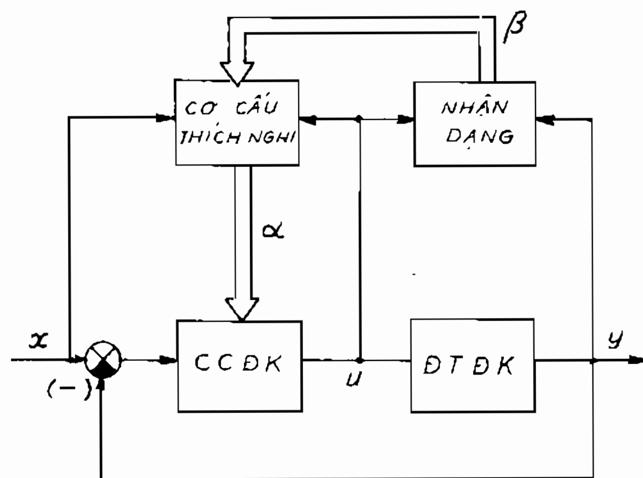
5. Hệ thích nghi tiến đến trạng thái tối ưu một cách tuần tự, bước sau được thực hiện trên cơ sở đánh giá bước trước theo một chỉ dẫn nhất định. Tùy thuộc vào sự tồn tại hay không tồn tại "chỉ dẫn" mà có *hệ học* hay *hệ tự học*.

6. Ở hệ thích nghi, ngoài mạch vòng cơ bản của một hệ thông thường còn có mạch thích nghi. Tùy dạng của mạch thích nghi mà phân biệt *mạch thích nghi hở* và *kín*.

7. Tùy thuộc vào mức độ phức tạp của mạch chỉnh định - chỉ thay đổi thông số hay cả cấu trúc mà có *hệ tự chỉnh* hay *hệ tự tổ chức* [18, 23].

Ngoài ra, cũng như ở các hệ thông thường, tùy theo phương pháp tổng hợp là tiền định hay thống kê mà có *hệ tiền định* và *ngẫu nhiên* cũng như *liên tục* và *gián đoạn*.

Sơ đồ khối tổng quát của một hệ thích nghi như trên h.3-7. Ngoài cơ cấu điều khiển (CCĐK) và đối tượng điều khiển (ĐTĐK) của một hệ thông thường còn có cơ cấu nhận dạng và cơ cấu thích nghi



Hình 3-7.

Có sự khác biệt rõ nét giữa hệ cực trị và hệ giải tích. Ở hệ giải tích thường không dùng tín hiệu tìm còn ở hệ cực trị thường dùng tín hiệu tìm.

Các chương sau sẽ nghiên cứu theo hướng này. Ở mỗi loại chỉ đi sâu vào một hệ cụ thể và từ đó suy ra các phương pháp xây dựng các hệ khác.

Phương pháp tổng quát hóa các hệ thích nghi [34, 35] có ý nghĩa rất lớn [21] không những ở chỗ bao quát được một số lượng rất lớn các bài toán thích nghi, đơn giản được việc tìm hiểu nguyên lý cơ bản của ngay các hệ phức tạp mà còn trên cơ sở đó xây dựng các bài toán mới, các thiết bị cụ thể mới.

III.2. HỆ CỰC TRỊ

III.2.1. ĐỐI TƯỢNG CÓ ĐẶC TÍNH CỰC TRỊ

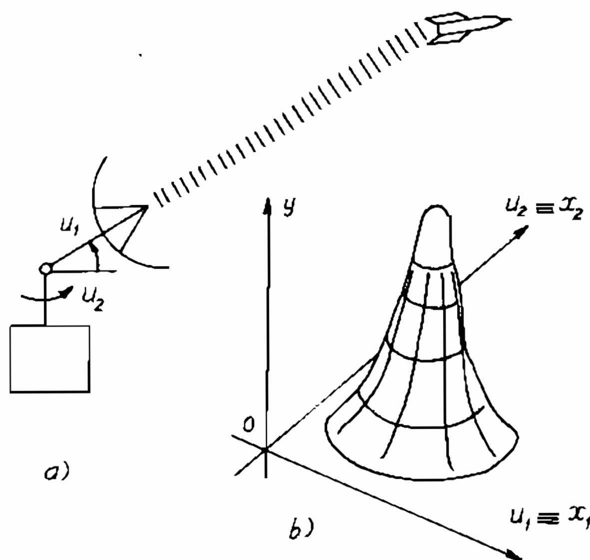
Trong lĩnh vực điều khiển tự động, thường gặp một số đối tượng có đặc tính cực trị (cực đại hay cực tiểu). Sau đây là một số ví dụ.

Ví dụ 1

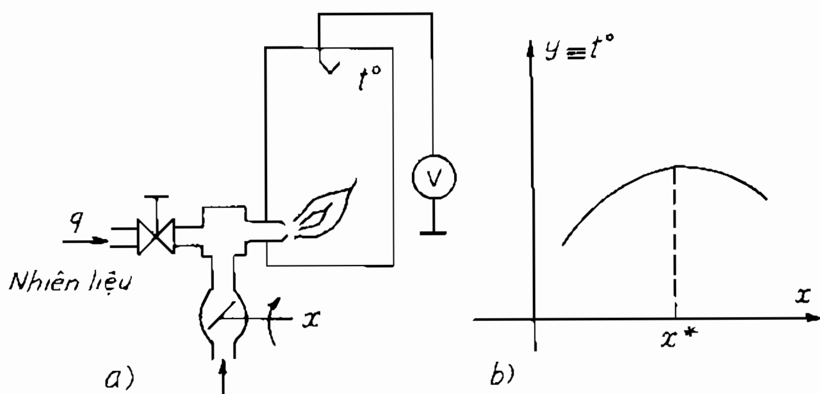
Ra đa bám mục tiêu di động như ở h.3-8a. Tín hiệu điều khiển góc tà và

góc phương vị u_1, u_2 và cường độ thu y của rađa có đặc tính như ở h.3-8b.

Đối với mục tiêu di động, đặc tính cực trị luôn thay đổi. Hình dạng của $y(u_1, u_2)$ thay đổi theo khoảng cách đến mục tiêu. Hơn nữa y còn thay đổi ngẫu nhiên do tác động của nhiễu tự nhiên hay nhiễu tích cực.



Hình 3-8.



Hình 3-9.

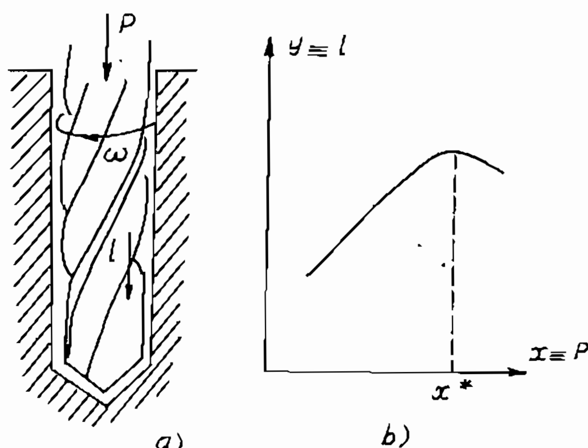
Ví du 2

Trong các lò khí đốt, nhiệt độ t^o với lưu lượng khí đốt q nhất định phụ thuộc lưu lượng không khí theo đặc tính cực trị như trên h.3-9b. Nhiệt độ cực đại và hình dạng đặc tính $t^o(u)$ phụ thuộc chất lượng khí đốt, nhiệt độ không khí và vật cần nung. Ở đối tượng này quá trình trộn lẫn không khí và khí đốt là có quán tính, vật cần nung cũng như dụng cụ đo cũng có quán

tính: đặc tính động học trong trường hợp này khác với đối tượng ở ví dụ 1.

Ví dụ 3

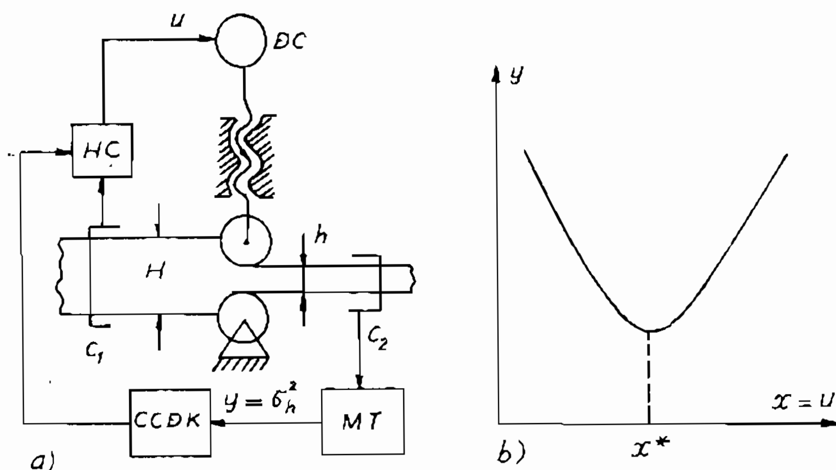
Quá trình khoan như khoan thăm dò vào lòng đất có đặc tính cực trị như trên h.3-10b. Áp lực của mũi khoan P ≡ x và tốc độ tịnh tiến của nó l ≡ y (xác định năng suất của quá trình khoan) có cực đại vì khi tăng áp lực lớn hơn trị số tối ưu x* thì mũi khoan bị nghẽn và tốc độ chậm lại. Hình dạng và trị số cực đại phụ thuộc vào tính chất của đất.



Hình 3-10.

Ví dụ 4

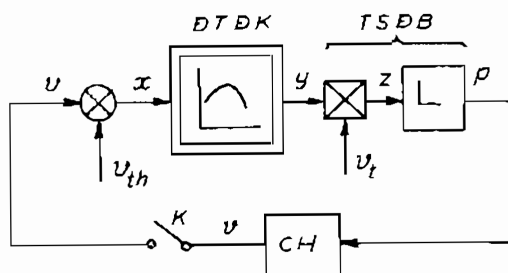
Trong thực tế thường gặp những bài toán mà đại lượng được điều khiển là chỉ tiêu chất lượng của hệ, còn lượng điều khiển là thông số chỉnh định như ở trường hợp cán thép lá (h.3-11a). Độ dày H của phôi trước trục cán



Hình 3-11.

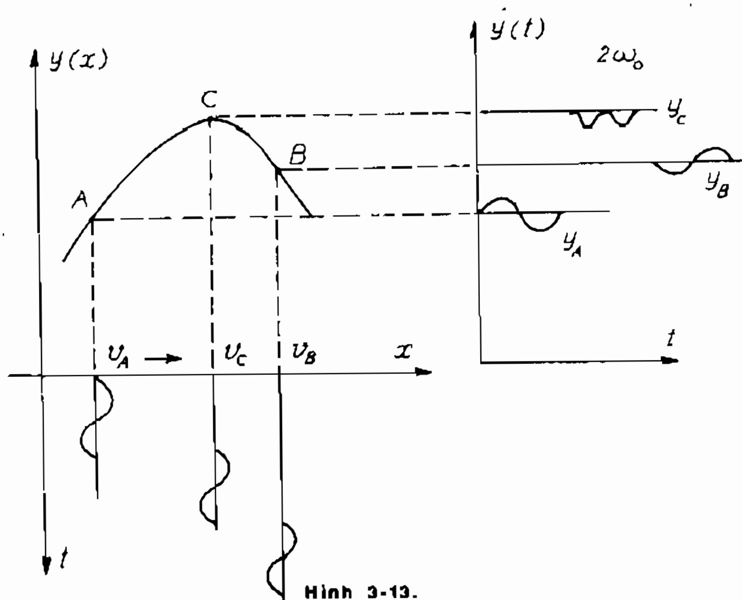
được đo bằng cảm biến c_1. Độ dày h ở đầu ra của trục cán được đo bằng cảm biến c_2. Kết quả đo, được máy tính MT gia công để ở đầu ra là bình phương của sai lệch so với trị số mong muốn: $y = \sigma_h^2$. Đại lượng y qua cơ cấu điều khiển (CCĐK) và mạch hiệu chỉnh (HC) để động cơ thay đổi vị trí trục cán. Đặc tính cực trị này có dạng cực tiểu. Trị số tối ưu x* tùy thuộc tác động của nhiễu (đặc tính cơ học, nhiệt độ, độ tản ban đầu σ_H^2 của phôi) và có thể thay đổi trong quá trình cán. Trong hệ này ngoài quán tính của động cơ, cần tính đến độ trễ phụ thuộc tốc độ của phôi.

III.2.2 HỆ CỰC TRỊ XÂY DỰNG THEO PHƯƠNG PHÁP TÁCH SÓNG ĐỒNG BỘ



Hình 3-12.

Ở hình 3.12 có sơ đồ khối của hệ cực trị xây dựng theo phương pháp tách sóng đồng bộ. Đối tượng là một khâu phi tuyến tính có cực đại chẳng hạn và không có quán tính trong trường hợp giản đơn. Cơ cấu tách sóng đồng bộ (TSĐB) gồm có cơ cấu nhân và bộ lọc (L). Cơ cấu chấp hành (CH) được mô phỏng bằng khâu tích phân. Trên h.3-12 - v_{th} là tín hiệu thử (tín hiệu tìm) và v_t - tín hiệu tựa. Trong trường hợp không có quán tính ở ĐTĐK, v_{th} và v_t là như nhau, ví dụ dùng sóng điều hòa:



Hình 3-13.

$$v_{th} = v_t = X_m \sin\omega_0 t \qquad (3\text{-}2)$$

Nguyên tắc hoạt động được giải thích theo h.3-13.

Ở điểm làm việc A, tín hiệu y(t) cùng pha với tín hiệu thử. Ở điểm làm việc B - ngược pha và điểm C (điểm cực đại) tín hiệu y(t) có tần số gấp đôi $2\omega_0$. Đó là những thông tin quan trọng làm cơ sở để xây dựng hệ cực trị.

Theo chuỗi Taylo, tại điểm làm việc x = v với biên độ X_m bé ta có

$$y(v + X_m \sin\omega_0 t) = y(v) + \frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x=v} X_m \sin\omega_0 t +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)\Big|_{x=v} (X_m \sin\omega_0 t)^2 + \ldots \qquad (3\text{-}3)$$

và biên độ của sóng bậc một ở đầu ra của đối tượng tỷ lệ với đạo hàm dy/dx ở điểm làm việc. Bộ lọc có chức năng dập tắt các sóng bậc cao, chỉ còn lại sóng bậc một, sóng bậc một tỷ lệ với grady.

Nếu đặc tính y(x) là hàm bậc hai:

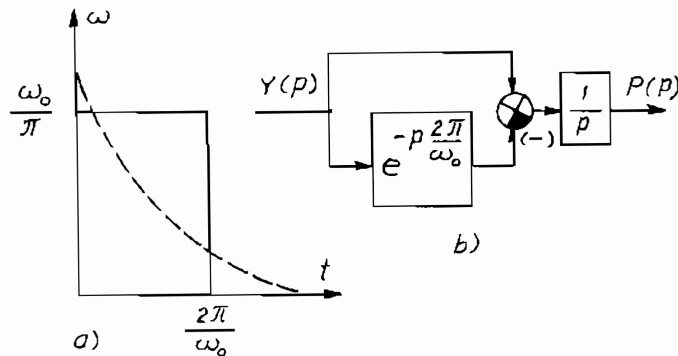
$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2,$$

thì biên độ sóng bậc một ở đầu ra của đối tượng điều khiển:

$$Y_{1m} = \frac{\omega_0}{\pi} \int_{t-2\frac{\pi}{\omega_0}}^{t} y(v + X_m \sin\omega_0 t)\sin\omega_0 t.dt =$$

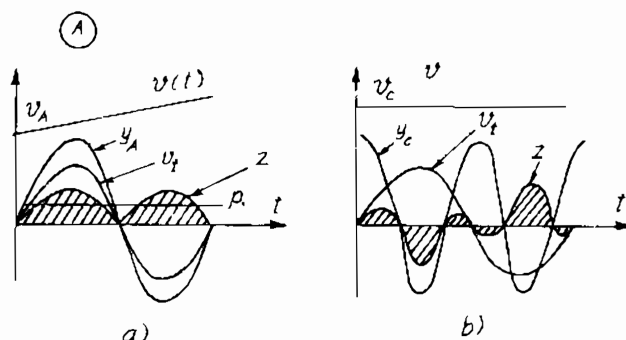
$$= X_m(a_1 + 2a_2 v) = X_m \frac{\partial y}{\partial y}\Big|_{x=v} \ldots \qquad (3\text{-}4)$$

tỷ lệ với $\nabla_x y$. Do đó phương pháp này gọi là phương pháp tách sóng đồng bộ. Cơ cấu tách sóng đồng bộ là một bộ nhân để thực hiện nhân y(t) với tín hiệu tựa $v_t(t)$ và bộ lọc để lấy trị số trung bình. Bộ lọc lý tưởng có hàm trọng lượng như ở đường đậm nét trên h.3-14a, thực hiện theo sơ đồ khối ở h.3-14b. Độ trễ đơn thuần chỉ được thực



Hình 3-14.

hiện bằng kỹ thuật số. Đường đứt nét trên h.3-14a là hàm trọng lượng của bộ lọc được thực hiện bằng một khâu quán tính bậc 1.



Hình 3-15.

Nguyên tắc hoạt động của hệ cực trị được giải thích như sau:

Ở điểm làm việc A (h.3-13) tín hiệu y_A cùng pha với tín hiệu tựa v_t, ở đầu ra của bô nhân là hai nửa chu kỳ dương Z(t), bộ lọc lý tưởng sẽ cho tín hiệu p là trị số hằng dương. Do đó cơ cấu chấp hành - một khâu tích phân - sẽ có tín hiệu ở đầu ra:

$$v(t) = \int_0^t p_0 dt = p_0 t \Big|_0^t ,$$

và khi đóng công tắc K (h.3-12) thì v(t) sẽ từ trị số v_A chuyển động theo hướng tiến đến cực trị - điểm C. Quá trình sẽ ngược lại nếu hệ làm việc ở điểm B.

Ở điểm làm việc C (h.3-15b) ở đầu ra của bộ nhân, tín hiệu Z(t) sẽ tạo thành, cùng với trục thời gian, những diện tích bằng nhau và khác dấu từng đôi một (gạch sọc trên h.3-15), do đó trị số trung bình p bằng không và vị trí điểm làm việc vẫn không thay đổi khi đóng K vì đó là chế độ tối ưu của hệ cực trị.

Ở hệ cực trị có 2 quá trình xảy ra: *quá trình cơ bản* là quá trình tiến đến cực trị và *quá trình tìm* là quá trình xác định hướng phát triển của quá trình cơ bản. Ở đây quá trình xác định hướng phát triển được thực hiện theo phương pháp tách sóng đồng bộ còn quá trình tiến đến cực trị (khi đóng công tắc K) được thực hiện theo phương pháp gradien. Sau này, sẽ không đi sâu vào việc khảo sát từng hệ mà chỉ đề cập đến các phương pháp khác nhau để xác định grady và các phương pháp chuyển động đến cực trị. Kết hợp từng đôi một, ta có những hệ cực trị khác nhau.

Khi đối tượng điều khiển ngoài đặc tính cực trị còn có thành phần quán

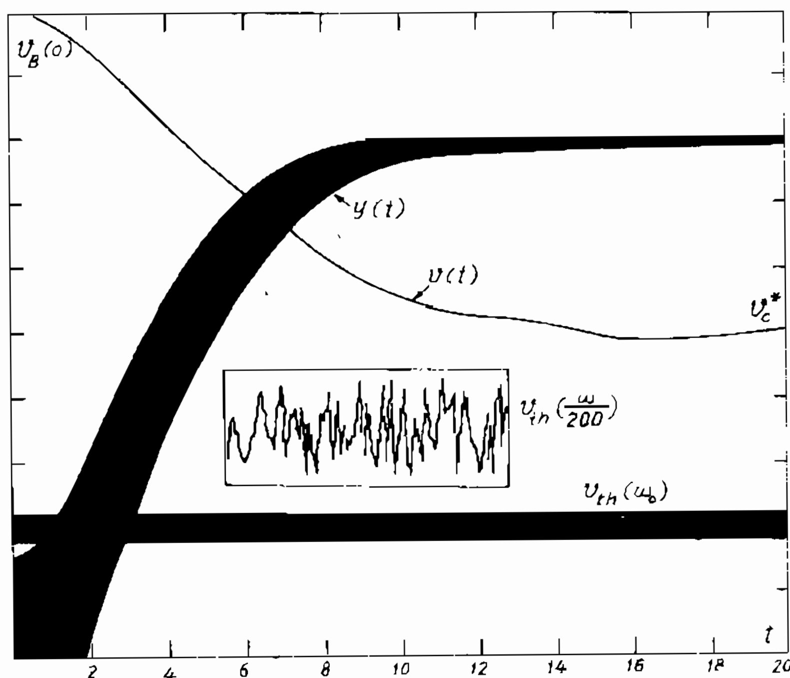
tính, tín hiệu đầu ra của đối tượng y(t) sẽ dịch pha so với tín hiệu thử một góc $\varphi(\omega_0)$, do đó ở đầu ra của bộ lọc của bộ tách sóng:

$$p(t) = X_m \frac{\partial y}{\partial x} \cos\varphi(\omega_0). \qquad (3\text{-}5)$$

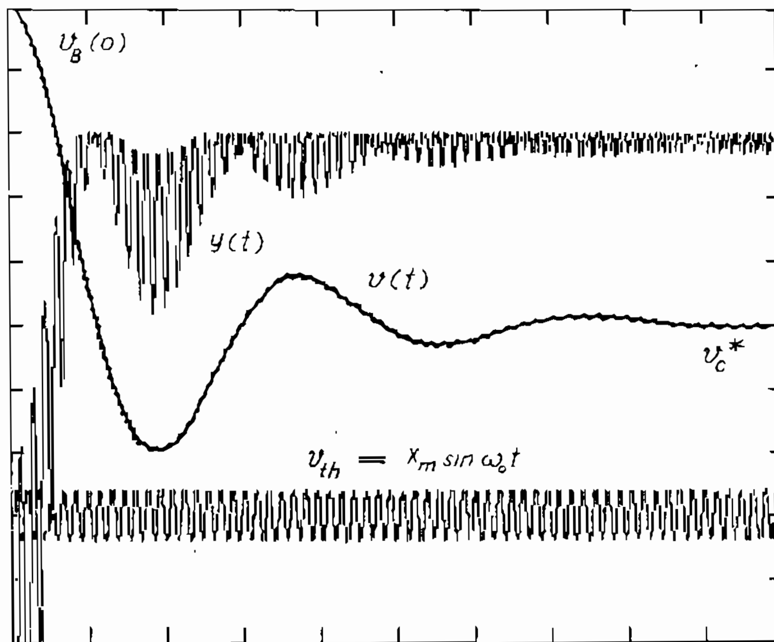
Nếu góc dịch pha ấy lớn hơn 45° thì chuyển động sẽ theo hướng ngược lại so với hướng đến cực trị và hệ sẽ không làm việc được. Do vậy khi có quán tính, trước khi đưa vào bộ tách sóng đồng bộ, tín hiệu từ máy phát sóng tìm sẽ qua cơ cấu dịch pha để tín hiệu tựa cũng có góc dịch pha như tín hiệu y(t) tốt nhất là bằng $\varphi(\omega_0)$. Trong trường hợp góc dịch pha không thể xác định được, người ta dùng một mạch thích nghi khác, xây dựng theo phương pháp giải tích chẳng hạn để nhận dạng và tự động chỉnh định góc dịch pha.

Trong ví dụ trên, bộ tách sóng đồng bộ, tín hiệu phát sóng tìm đều có thông số tối ưu của nó như biên độ, tần số của sóng thử, hệ số khuếch đại và hằng số thời gian của bộ lọc. Những mạch thích nghi có thể được xây dựng để tự động chọn thông số tối ưu của chúng nhằm nâng cao hiệu ứng của hệ [32]

Tín hiệu phụ (tín hiệu tìm, tín hiệu thử) ở hệ cực trị có thể là những dạng sóng khác nhau như các xung răng cưa, xung chữ nhật v.v... và cũng có thể là những nhiễu ngẫu nhiên đo được trong quá



Hình 3-16.

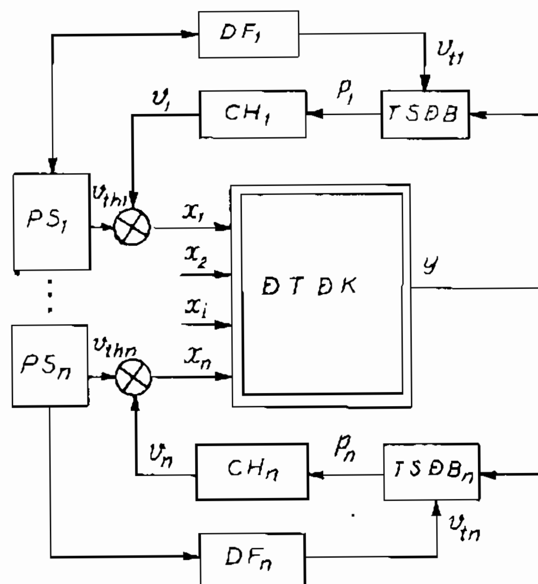


Hình 3-17.

trình làm việc. Trong trường hợp ấy máy phát sóng đồng bộ sẽ thực hiện chức năng của cơ cấu xác định hàm tương quan của sóng đầu vào và đầu ra của đối tượng:

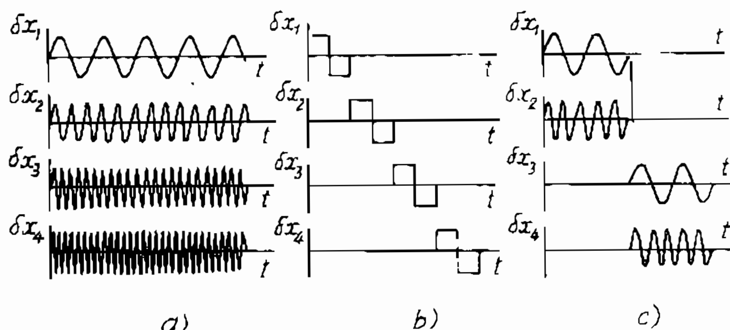
$$\partial y/\partial x = kR_{xy}(\tau) \quad (3\text{-}6)$$

Trên h.3-16 là kết quả mô hình hóa hệ cực trị trên máy tính với sóng tìm v_{th} là ngẫu nhiên. Để dễ quan sát, ở h.3-16 còn có tín hiệu ngẫu nhiên với "tần số"



Hình 3-18.

trung bình giảm đi 200 lần. Trên h.3-16 còn có tín hiệu v(t) từ vị trí ban đầu ở điểm B (bên phải cực trị) tiến đến cực trị - điểm C (so sánh với h.3-13). Ở h.3-17 có các đặc tính trên với tín hiệu tìm là sóng điều hòa (3-2). So sánh y(t) với v_{th} có thể thấy phạm vi cùng pha, ngược pha và tần số gấp đôi của y(t) so với sóng tìm v_{th}.



Hình 3-19.

Phương pháp tách sóng đồng bộ có khả năng chống nhiễu tốt nên thông dụng. Phương pháp này có thể dùng để chỉnh định thông số tối ưu cho hệ nhiều thông số đầu vào như ở h.3-18. Mỗi kênh sẽ làm việc với tần số riêng với máy phát sóng PS_i tạo sóng tương ứng và bộ dịch pha DF tương ứng. Cũng có thể dùng tín hiệu lệch nhau theo thời gian (h.3-19b) hay kết hợp cả 2 phương pháp (hình 3-19c) nhằm giảm số lượng nguồn phát sóng. Do đó nếu sử dụng được nhiễu ngẫu nhiên thì hệ sẽ được đơn giản nhiều nhưng tốc độ tìm được cực trị sẽ chậm.

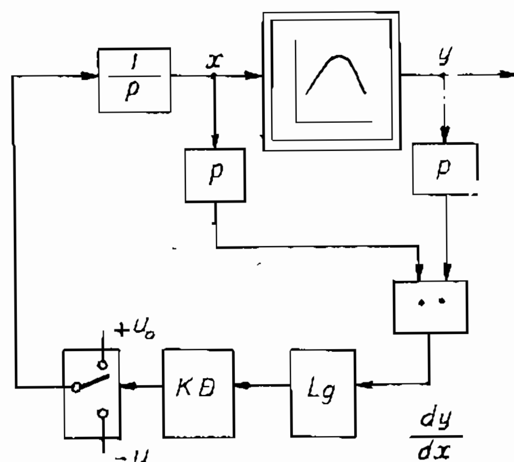
III.2.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH GRAĐIEN VÀ CHUYỂN ĐỘNG ĐẾN CỰC TRỊ

III.2.3.1. Các phương pháp xác định građien của hàm mục tiêu

1. Phương pháp đạo hàm theo thời gian

Građiên của hàm mục tiêu có thể xác định theo:

$$\text{grad}y = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}, \quad (3\text{-}7)$$



Hình 3-20.

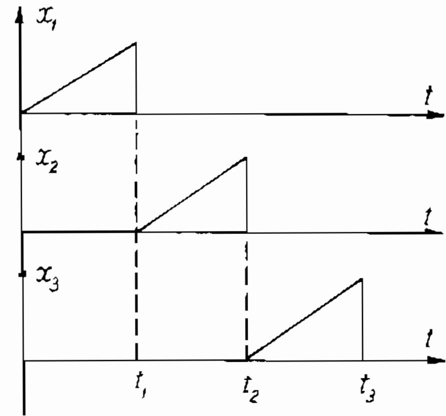
bằng cách dùng các bộ vi phân ở đầu vào x và đầu ra y của đối tượng. Phần tử logic L_p (h.3-20) xác định dấu của đạo hàm, từ khuếch đại KĐ và cơ cấu chuyển đổi sẽ đưa tín hiệu $\pm u_0$ vào cơ cấu chấp hành.

Nếu có nhiều đầu vào có thể dùng các hàm tuyến tính lần lượt đưa vào từng kênh như trên h.3-21

Đạo hàm toàn phần có dạng:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \ldots + \frac{\partial y}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt}$$

Ở mỗi thời điểm chỉ có một kênh có giá trị ví dụ ở:



Hình 3-21.

$t_1 \le t \le t_2$ có

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_3}{dt} = 0\ ;\ \frac{dx_2}{dt} = b_2 \qquad (3\text{-}8)$$

Thay thế (3-8) vào (3-7):

$$\frac{dy}{dt} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right) b_2 \qquad (3\text{-}9)$$

Như vậy bằng cách đo đạo hàm theo thời gian của hàm mục tiêu, có thể xác định đạo hàm riêng tương ứng.

Phương pháp này giản đơn nhưng tốn nhiều thời gian tìm và rất nhạy cảm đối với nhiễu do dùng các khâu vi phân.

2. *Phương pháp tách sóng đồng bộ* (đã khảo sát ở mục III.2.2).

III.2.3.2. Các phương pháp chuyển động đến cực trị

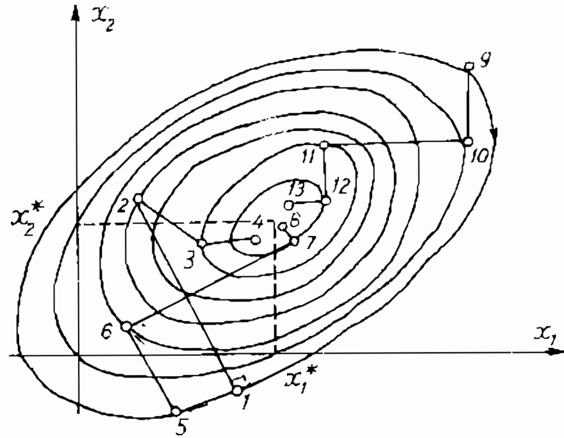
Sau khi xác định đạo hàm riêng biết hướng và đại lượng gradiên, hệ thực hiện quá trình cơ sở - quá trình chuyển động đến cực trị. Dưới đây là một số phương pháp chuyển động đến cực trị riêng biệt với quá trình xác định gradiên

1. Phương pháp gradien

Ở phương pháp này bước chuyển động tỷ lệ với gradiên:

$$\Delta x = a \, grady(x), \qquad (3\text{-}10)$$

trong đó, a- hệ số. Ở mỗi kênh bước chuyển động tỷ lệ với đạo hàm riêng tương ứng. Trên mặt phẳng 2 thông số điều khiển ở h.3-22 có các đường đồng mức - đường cong cùng trị số y. Nếu cực trị là cực đại thì đường trong có trị số hàm mục tiêu lớn hơn đường ngoài nó. Ở h.3-22 còn có quỹ đạo tìm cực trị của phương pháp gradiên: quỹ đạo 1 - 2 - 3 - 4. Ở mỗi điểm, đầu tiên xác định gradiên rồi sau đó bước chuyển động 1 - 2, 2 - 3, 3 - 4. Hướng chuyển động theo gradiên là hướng vuông góc với tiếp tuyến của đường đồng mức tại điểm xuất phát và bước chuyển động tỉ lệ với trị số tuyệt đối của gradiên đã được xác định.



Hình 3-22.

Ở ví dụ của hệ tách sóng đồng bộ trong mục III.2.2, chuyển động đến cực trị thực hiện theo phương pháp gradiên.

2. Phương pháp nâng (hạ) nhanh

Theo phương pháp này, chuyển động được thực hiện theo hướng gradiên nhưng độ dài của bước chuyển động không phụ thuộc môđuyn của gradiên mà phụ thuộc vào điều kiện đạt cực trị theo hướng grad nghĩa là đến khi bắt đầu tiếp xúc với một đường đồng mức nào đó. Trên h.3-22 chuyển động theo phương pháp nâng (hạ) nhanh là chuyển động theo quỹ đạo 5-6-7-8.

3. Phương pháp tối ưu hóa theo tọa độ (Gaus - Zeiden)

Phương pháp này thường dùng ở các hệ tối ưu nhiều thông số đầu vào với các bộ điều chỉnh cực trị một biến. Trường hợp này chỉ một thông số thay đổi cho đến khi đạt cực trị theo thông số ấy trong khi các thông số khác cố định. Sau đó thay đổi thông số thứ hai v.v... Quỹ đạo chuyển động theo phương

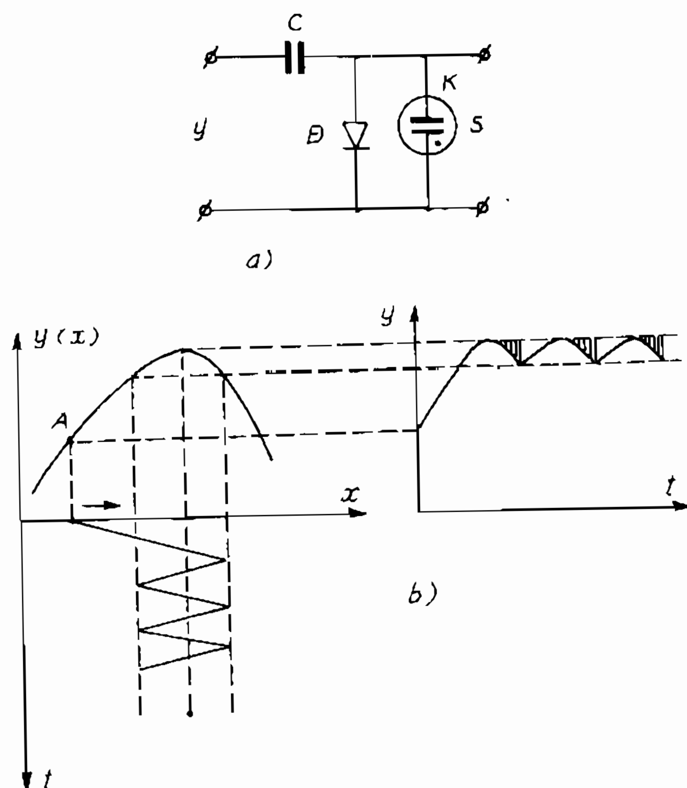
pháp tối ưu hóa theo tọa độ ở h.3-22 là 9-10-11-12-13.

Sơ bộ so sánh cả ba phương pháp trên, ta thấy phương pháp nâng (hạ) nhanh có số bước chuyển động ít nhất trong cùng một điều kiện. Phương pháp tối ưu hóa theo tọa độ đòi hỏi nhiều thời gian hơn để đến cực trị khi số lượng thông số lớn.

III.2.3.3. Các phương pháp thực hiện đồng thời hai quá trình

1. Phương pháp ghi nhớ cực trị

Cơ cấu ghi nhớ cực trị có thể được thực hiện bằng các linh kiện điện tử đơn giản như ở h.3-23a. Khi có lệnh tăng x, qua điốt Đ, tụ C được nạp. Khi y(t) vượt khỏi trị số cực đại, y(t) bắt đầu giảm. Lượng chênh lệch ngày càng tăng ấy sẽ được đặt trên điốt Đ vì điện trở ngược lớn. Lượng chênh lệch tương ứng với vùng gạch sọc ở h.3-23. Do đó có tên là phương pháp ghi nhớ cực trị. Khi đạt đến trị số ngưỡng của đèn K (ngưỡng S là trị số tối đa để đèn ngắn mạch điốt Đ) cơ cấu chấp hành cho lệnh đảo chiều chuyển động, đại lượng y(t) lại tăng, tụ lại nạp. Khi y(t) vượt quá trị số cực đại, lượng chênh lệch so với cực trị tăng dần và so sánh với ngưỡng S của đèn v.v... Cứ thế hệ sẽ luôn ghi nhớ và bám theo cực trị.



Hình 3-23.

2. Phương pháp bước

Sau khi thực hiện một bước Δx_K, hệ sẽ đo thông số ở đầu ra y_k và so sánh

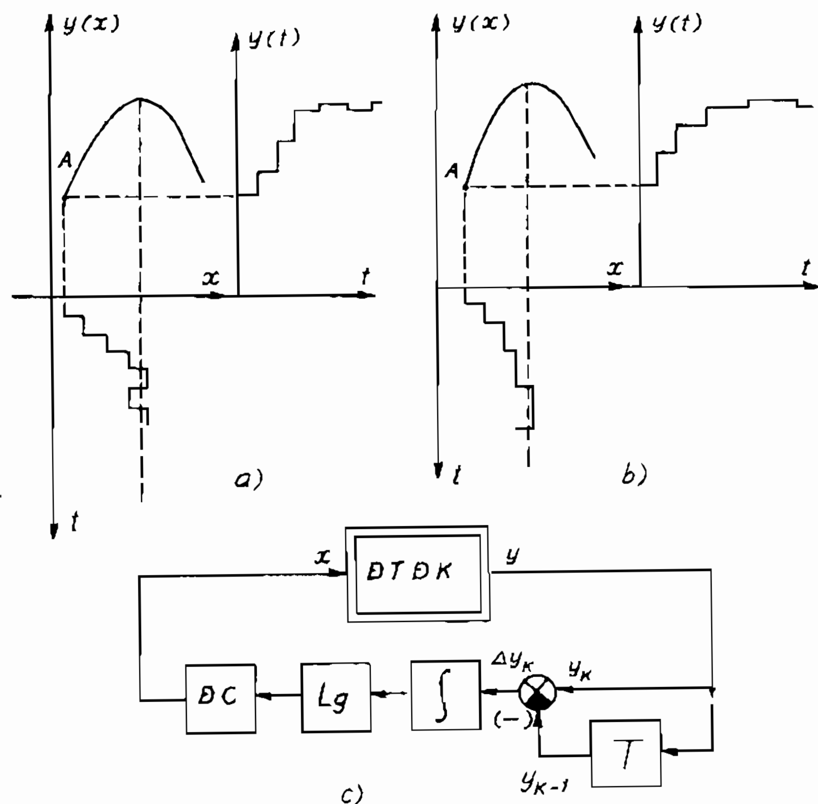
với trị số trước đó y_{K-1} đã được ghi vào bộ nhớ. K là số thứ tự của bước được thực hiện.

Tùy thuộc vào dấu của $\Delta y_K = y_K - y_{K-1}$ mà bước tiếp theo Δx_{K+1} sẽ được thực hiện theo hướng cần thiết.

Nếu cực trị là cực đại thì:

$$x_{K+1} = c\,\mathrm{sign}(\Delta y_K), \qquad (3\text{-}11)$$

mà c là giá trị của bước. Trên h.3-24a là các biểu đồ của trường hợp bước cho trước, không phụ thuộc tính chất của đối tượng. Ở h.3-24b, tần số của bước được xác định bởi độ dốc của đặc tính cực trị. Càng gần cực trị, độ dốc càng bé hơn và tần số của bước cũng giảm. Sơ đồ khối của hệ trên h.3-24c. Đại lượng $\Delta y_K = y_K - y_{K-1}$ được thực hiện nhờ cơ cấu so sánh và phần tử trễ T. Khâu tích phân nối tiếp với phần tử logic (L_g) điều khiển động cơ bước



Hình 3-24.

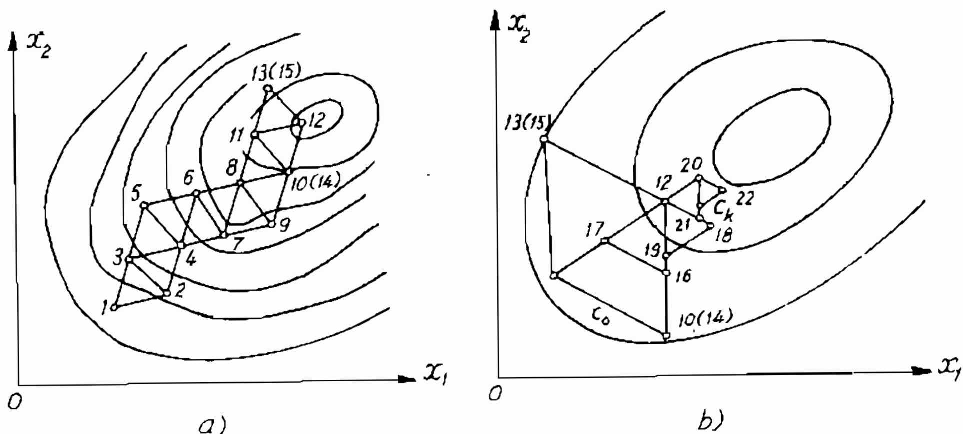
thực hiện chuyển động theo quy luật sau:

$$\Delta x_K = \begin{cases} +c & \text{nếu } \int_{T_{K-1}}^{T_K} \Delta y_K dt > \delta \\ -c & \text{nếu } \int_{T_{K-1}}^{T_K} \Delta y_K dt < -\delta \end{cases} \quad (3\text{-}12)$$

δ là ngưỡng tác động của phần tử logic. Càng xa cực trị Δy_K càng lớn và $(T_K - T_{K-1})$ càng bé, bước càng dày hơn. Khi gần cực trị, Δy_K càng bé, ảnh hưởng của nhiễu càng lớn, nhưng thời gian lấy tích phân cũng càng lớn, và khả năng chống nhiễu càng tốt.

3. Phương pháp đơn hình

Trên mặt phẳng hai thông số, đơn hình được thể hiện bằng tam giác đều cạnh (trường hợp một thông số - những đoạn thẳng, ba thông số biến đổi - đơn hình là những hình tháp 4 đỉnh, mỗi mặt là tam giác đều). Trên h.3-25a tọa độ của mỗi điểm 1, 2, 3 được xác định sao cho các cạnh bằng nhau và ứng với chúng các tọa độ $y_1(x_{11}, x_{21})$, $y_2(x_{12}, x_{22})$ và $y_3(x_{13}, x_{23})$ được đo và so sánh với nhau. Nếu cực trị là cực đại thì đại lượng bé nhất sẽ bị loại trừ và trạng thái mới sẽ được tạo nên bằng cách "lật" tam giác 1, 2, 3 quanh trục 2, 3 để loại trừ điểm 1. Cứ thế hệ sẽ tiến đến cực trị. Ở vị trí 11, 12, 13 có trạng thái dao động và các tam giác luôn lật quanh trục 11, 12 như h.3-25a. Để tăng độ chính xác khi có dao động lớn quanh cực trị,có thể giảm nửa các cạnh của tam giác trong quá trình tiến đến cực trị như ở h.3-25b.



Hình 3-25.

III.2.3.4. Phương pháp tìm khi có nhiều cực trị

Trong nhiều trường hợp đặc tính đối tượng $y(x_1, ..., x_n)$ có nhiều cực trị, cần xác định cực trị toàn bộ thì người ta thường dùng phương pháp "tìm mù" hay "quét". Nội dung là tuần tự "xem xét" các vùng G có thể với thời gian và tốc độ sao cho phát hiện được cực trị cần tìm. Nếu kích thước (thể tích) của tất cả các vùng cần quét là $G = L^n$, kích thước vùng cực trị toàn bộ là $g_m = l^n$ thì tổng thời gian quét là:

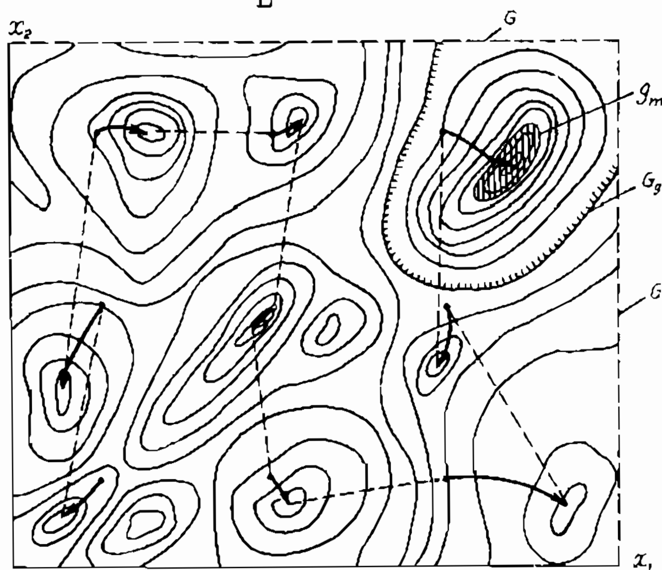
$$T_q = \Delta T\left(\frac{L}{l}\right)^n,$$

trong đó ΔT là thời gian một lần đo, n là số chiều của véc tơ thông số. Thời gian ấy quá lớn nên người ta kết hợp cả hai phương pháp - phương pháp quét kết hợp với phương pháp gradiên. Phương pháp quét chỉ thực hiện tìm vùng và trong mỗi vùng phương pháp gradiên nhanh chóng tìm cực trị (h.26). Thời gian quét sẽ là:

$$T_{ql} = T_q\left(\frac{l}{L^*}\right)^{n-1},$$

trong đó L^* là vùng có cực trị toàn bộ.

Khi vùng cực trị là những đỉnh nhọn ($\frac{l}{L^*} \ll 1$) thì thời gian tìm sẽ giảm nhiều. Chú ý là phương pháp gradiên liên tục có khả năng tìm cực trị trong trường hợp mặt cực trị có hình máng, hình yên ngựa mà phương pháp bước không khắc phục được.



Hình 3-26.

Các hệ cực trị dung tín hiệu phụ để tìm chế độ tối ưu, nói chung là đơn giản trong thực

hiện, nhưng thời gian tìm cực trị tương đối lâu. Hơn nữa, khi bản thân đặc tính cực trị "trôi" nhanh (như ở hệ khoan thăm dò, khi sự thay đổi độ rắn của đất đá quá nhanh) hơn là tốc độ tìm thì sẽ không tìm được chế độ tối ưu.

Người ta thường kết hợp với phương pháp giải tích để nâng cao chất lượng của hệ thích nghi loại này.

III.2.4 ĐỘNG HỌC HỆ CỰC TRỊ

III.2.4.1. Phương pháp khảo sát động học hệ cực trị

Ở hệ cực trị dùng tín hiệu phụ, trong quá trình làm việc luôn có dao động quanh cực trị, đôi khi có dạng phức tạp. Dao động ấy có thể là tự dao động hay dao động cưỡng bức. Dao động cung cấp cho hệ thống tin tức về vị trí làm việc của nó đối với cực trị. Chênh lệch so với cực trị do dao động gây nên ở chế độ xác lập gọi là *tổn thất tìm*.

Hệ cực trị là hệ phi tuyến. Đối với những hệ này, có thể dùng các phương pháp khảo sát động học các hệ phi tuyến nói chung, như phương pháp mặt phẳng pha hay phương pháp tuyến tính hóa điều hòa.

Trong một số trường hợp, khâu phi tuyến tính của đối tượng cùng với cơ cấu xác định gradiên nối tiếp nhau, bù trừ nhau và hệ cực trị tương đương với một hệ tuyến tính.

Ví dụ, khi đặc tính tĩnh y(x) của đối tượng có dạng:

$$y = bx^2$$

Cơ cấu xác định gradiên có chức năng xác định:

$$\frac{dy}{dx} = 2\ bx.$$

Như vậy tương đương với hai khâu này là một khâu tuyến tính có hệ số khuếch đại bằng 2b như trên h.3-27a và b.

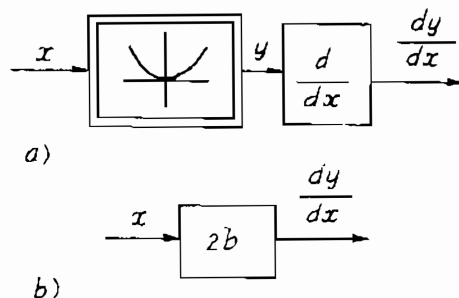
Trong thực tế, ở trạng thái xác lập, hệ làm việc ở vùng cực trị nên có thể xấp xỉ đặc tính tĩnh y(x) vùng gần cực trị bằng hàm bậc hai nên giả thiết trên là có cơ sở.

Đặc điểm quan trọng nữa là trong vùng cực trị tần số của tín hiệu ra y(t) gấp đôi tần số của tín hiệu tìm ở đầu vào. Do đó khi dùng phương pháp tuyến tính hóa điều hòa để khảo sát, cần quy đổi góc lệch pha theo quy tắc:

$$\varphi(\omega) = 2\varphi\left(\frac{\omega}{2}\right). \qquad (3\text{-}13)$$

Vì rằng, như ở h.3-28, góc lệch pha của dao động có tần số $\frac{\omega}{2}$ đối với dao động có tần số ω là $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$; còn ngược lại khi tính góc của ω so với $\frac{\omega}{2}$ ta dùng biểu thức:

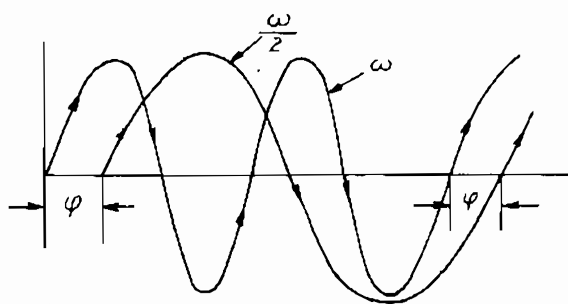
$$\varphi\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$$



Hình 3-27.

Góc lệch pha của các dao động có tần số là bội số của nhau được xác định bằng khoảng cách gần nhất của hai dao động cùng chiều như h.3-28.

Như đã nêu ở phần đầu của chương này, do tác động của nhiễu ngẫu nhiên mà đặc tính cực trị của đối tượng có thể thay đổi. Vì vậy cần khảo sát hệ thống khi có tác động của nhiễu ngẫu nhiên, xác định thông số và cấu trúc của thiết bị điều khiển để hệ thống luôn làm việc ở chế độ tối ưu.



Hình 3-28.

Nhiễu có thể tác động ở đầu vào hay đầu ra của đối tượng. Nhiễu đầu vào làm trôi đặc tính cực trị. Nhiễu đầu ra làm cho chuyển động có thể lạc hướng hay giảm độ chính xác điều khiển.

III.2.4.2. Ví dụ khảo sát hệ cực trị

Ví dụ 1. Ứng dụng phương pháp mặt phẳng pha

Hãy khảo sát hệ cực trị gồm có:

Đối tượng điều khiển:

$$y = -K_1S^2, \qquad (3\text{-}14)$$

$$T_1\frac{dS}{dt} + S = v. \quad (3\text{-}15)$$

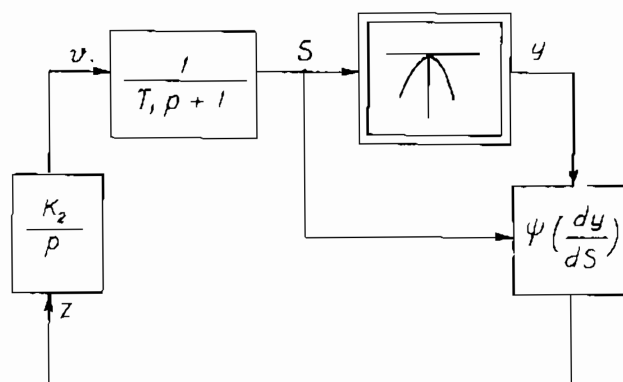
Cơ cấu chấp hành

$$\frac{dv}{dt} = K_2Z \qquad (3\text{-}16)$$

Cơ cấu xác định gradiên (dạng tổng quát)

$$Z = \psi\left(\frac{dy}{dS}\right) \qquad (3\text{-}17)$$

Gradiên có thể xác định theo quy luật tỷ lệ (quy luật tuyến tính) hoặc quy luật rơle (phi tuyến tính):



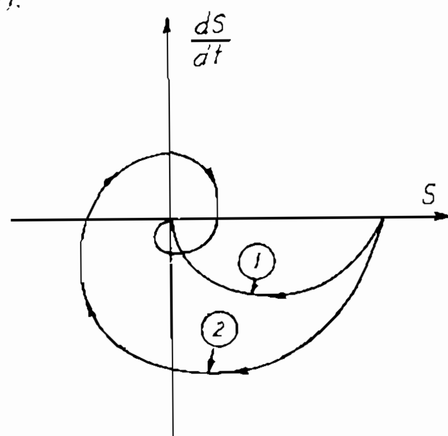
Hình 3-29.

$$\psi\left(\frac{dy}{dS}\right) = \begin{cases} \dfrac{dy}{dS} & (3\text{-}17a) \\ \text{sign}\left(\dfrac{dy}{dS}\right). & (3\text{-}17b) \end{cases}$$

Từ các phương trình (3-14)- (3-17):

$$T_1\frac{d^2S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} = K_2\psi\left(\frac{dy}{dS}\right). \qquad (3\text{-}18)$$

Ta khảo sát hệ trên với cả hai trường hợp bằng phương pháp mặt phẳng pha với hệ toạ độ S và dS/dt.



Hình 3-30.

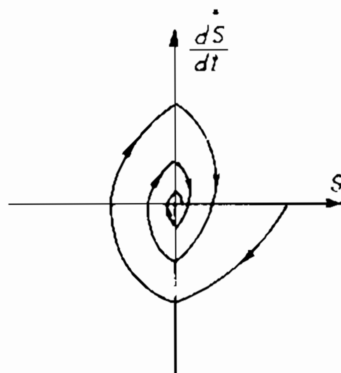
a. Trường hợp tuyến tính

$$\psi\left(\frac{dy}{dS}\right) = \frac{dy}{dS} = -\ 2K_1S \qquad (3\text{-}19)$$

Từ phương trình (3-18) và (3-19):

$$T_1\frac{d^2S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} + 2K_1K_2S = 0. \qquad (3\text{-}20)$$

Quỹ đạo pha có dạng như ở h.3-30. Nếu K_1K_2 bé thì quá trình mang tính chất không chu kỳ (đường 1). Khi K_1K_2 lớn, chuyển động mang tính chất dao động (đường 2).



Hình 3-31.

b. Trường hợp phi tuyến tính

$$\varphi\left(\frac{dy}{dS}\right) = \text{sign}\left(\frac{dy}{dS}\right) \qquad (3\text{-}21)$$

$$= \text{sign}(2K_1S) = \text{sign}S.$$

Phương trình (3-18) có dạng:

$$T_1\frac{d^2S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} + K_2\text{sign}S = 0. \qquad (3\text{-}22)$$

Quỹ đạo pha có dạng như trên h.3-31. Quá trình luôn là quá trình dao động

Cả hai trường hợp trên đều dẫn đến trạng thái cân bằng ở cực trị.

Ví du 2

Hãy khảo sát chế độ tự dao động của hệ cực trị có cơ cấu ghi nhớ cực trị. Trên h.3-32, đối tượng điều khiển gồm có phần phi tuyến tính có đặc tính cực trị S(v) và phần tuyến tính với hàm tuyến $W_2(p)$. Cơ cấu đo chênh lệch cực trị cùng trigơ là một khâu phi tuyến tính, xác định hướng chuyển động theo tín hiệu $\pm u_0$.

Ở điểm cực trị, tần số của tín hiệu vào được nhân đôi, do đó trên h.3-32 có thể xem phần phía trái làm việc với tần số cơ bản, còn nửa phía phải có tần số gấp đôi. Các góc dịch pha được tính theo quy tắc (3-13). Các tín hiệu S và y ở nửa phía phải có cả thành phần một chiều và xoay chiều. Các thành phần tuyến tính đồng thời làm nhiệm vụ lọc và tín hiệu ở đầu ra của chúng là:

$$v_{\sim} = W_1(j\frac{\omega}{2})u_{\sim} = |W_1(j\frac{\omega}{2})|\, e^{j\varphi_1(\frac{\omega}{2})}\, u_{\sim} \qquad (3\text{-}23)$$

$$y_{\sim} = W_2(j\omega)S_{\sim} = |W_2(j\omega)|\, e^{j\varphi_2(\omega)}\, S_{\sim} \qquad (3\text{-}24)$$

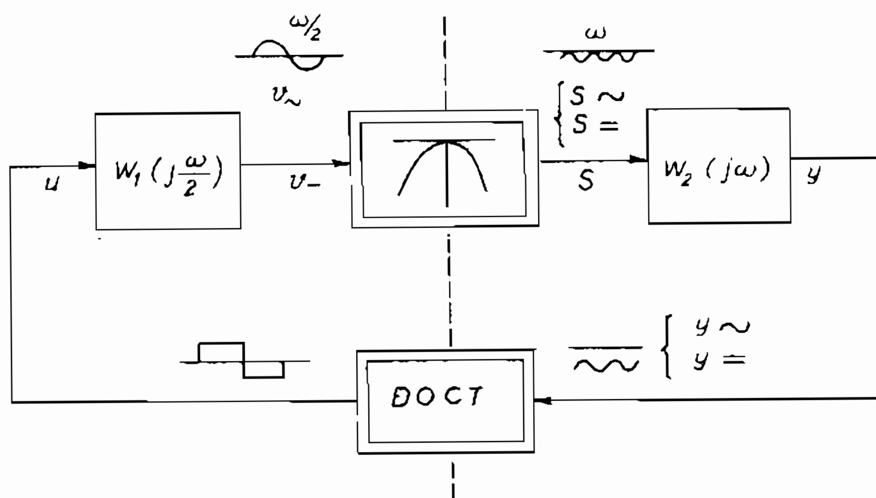
Trong đó φ_1 và φ_2 là các góc lệch pha phụ thuộc tần số $\omega/2$ và ω.

Phương trình của các phần tử phi tuyến tính như sau:

$$S = -Kv^2 \quad (3\text{-}25)$$

$$u = -K_r \mathrm{sign}(y_{\sim} - x), \quad (3\text{-}26)$$

ở đây: $x = a_2 + x_2 = const$, được xác định bởi ngưỡng tác động của khóa đèn K ở h.3-23. Đối với các khâu phi tuyến tính, dùng phương pháp tuyến tính hóa điều hòa.



Hình 3-32.

Với tín hiệu vào:

$$v_{\sim} = a_1 \sin\frac{\omega}{2} t$$

Ở đầu ra của khâu phi tuyến có đặc tính cực trị:

$$S = -Kv_{\sim}^2 = -Ka_1^2\sin^2\frac{\omega}{2} = -Ka_1^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\omega t\right),$$

trong đó thành phần một chiều được xác định bởi $S_{=} = -\dfrac{Ka_1^2}{2}$, còn thành phần xoay chiều $S_{\sim} = K\dfrac{a_1^2}{2}\cos\omega t$.

Sóng bậc một qua khâu phi tuyến thứ nhất:

$$S_{1\sim} = \frac{Ka_1^2}{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Hệ số tuyến tính hóa điều hòa, phụ thuộc vào biên độ a_1 là:

$$W_{FT}(a_1) = \frac{Ka_1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (3\text{-}27)$$

Tín hiệu u(t) có dạng chữ nhật với biên độ K_r nên hệ số tuyến tính hóa điều hòa của nó ứng với khâu rơle 2 vị trí:

$$W_{FT}(a_2) = \frac{4K_r}{\pi a_2} e^{j(\pi - \alpha(a_2))} = \quad (3\text{-}28)$$

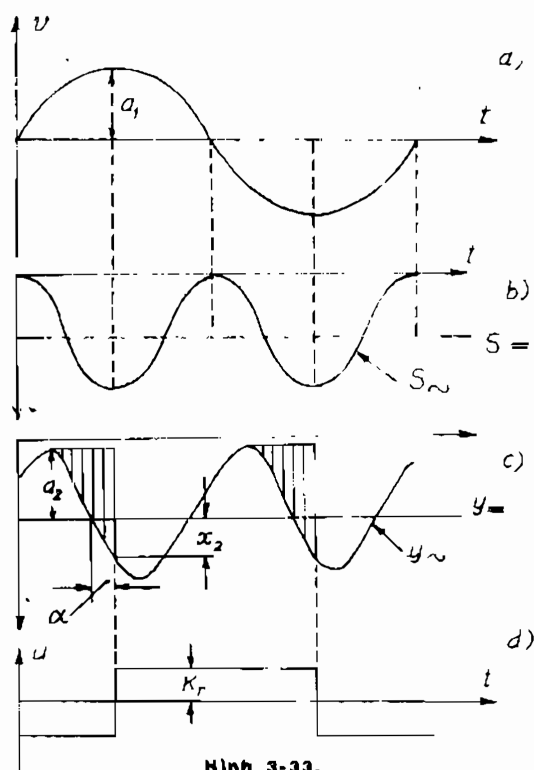
Góc α phụ thuộc biên độ a_2 được xác định theo h.3-33c như sau:

$$a_2 \sin\alpha = x_2,$$

mà $\quad x_2 = x - a_2$

nên $\quad \sin\alpha = \dfrac{x - a_2}{a_2},$

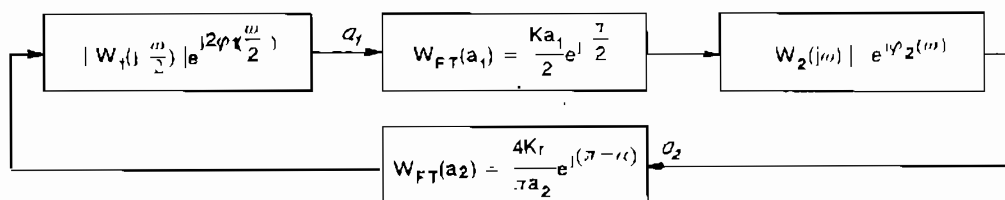
hay $\quad \alpha(a_2) = \arcsin\dfrac{x - a_2}{a_2}.$



Hình 3-33.

Các biểu thức (3-23), (3-24), (3-27) và (3-28) cho phép vẽ sơ đồ cấu trúc của hệ đã tuyến tính hóa như ở h.3-34. Ở đây các góc dịch pha đã được quy đổi về tần số ω ứng với quy tắc (3-13).

Thông số chưa biết được là ω, a_1, a_2. Vì a_1, a_2 có liên quan nhau, ta quy đổi về một biên độ.



Hình 3-34.

Thật vậy, theo h.3-34, biên độ a_1 được tính bởi:

$$a_1 = |W_{FT}(a_2)| \; |W_1(j\frac{\omega}{2})|\, a_2 = \frac{4K_r}{\pi} |W_1(j\frac{\omega}{2})|.$$

Từ đó $$W_{FT}(a_1) = \frac{Ka_1}{2} e^{j\pi/2} = \frac{2KK_r}{\pi} |W_1(j\frac{\omega}{2})| e^{j\pi/2}.$$

Điều kiện để có dao động ổn định là:

$$|W_1(j\frac{\omega}{2})| \; e^{j2\varphi_1(\frac{\omega}{2})} W_{FT}(a_1) \, |W_2(j\omega)| \; e^{j\varphi_2(\omega)} W_{FT}(a_2) = -1$$

Thay thế $W_{FT}(a_1)$ vào phương trình trên:

$$\frac{2KK_r}{\pi} |W_1(j\frac{\omega}{2})|^2 e^{j2\varphi_1(\frac{\omega}{2})} \; e^{j\frac{\pi}{2}} \, |W_2(j\omega)| \; e^{j\varphi_2(\omega)} = -\frac{1}{W_{FT}(a_2)}.$$

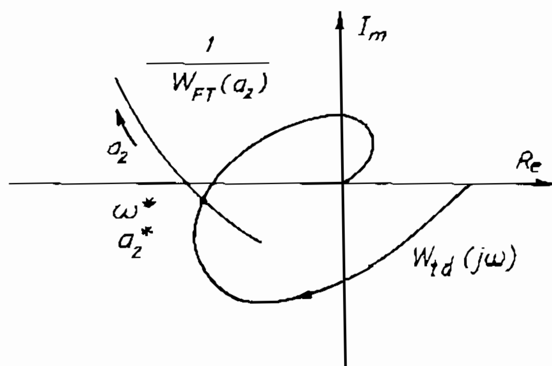
Nếu dùng đặc tính tần số tương đương:

$$W_{td}(j\omega) = \frac{2KK_r}{\pi} W_1^2(j\frac{\omega}{2}) W_2(j\omega) \, e^{j\frac{\pi}{2}},$$

thì điều kiện cân bằng điều hòa là:

$$W_{td}(j\omega) = -\frac{1}{W_{FT}(a_2)}$$

Để xác định tần số và biên độ tự dao động ta dùng phương pháp đồ thị như ở h.3-35. Giao điểm của hai đường cong cho ta thông số ω^* và a_2^* cần tìm (a_1^* và a_2^* liên quan nhau và đã có biểu thức quy đổi trên).



Hình 3-35.

Ví dụ 3

Hãy xác định hằng số thời gian tối ưu của bộ lọc trong cơ cấu tách sóng đồng bộ. Hệ cực trị nêu ở h.3-36a có đặc tính:

$$y = \frac{1}{2}(x - f_1)^2. \qquad (3\text{-}29)$$

Nhiễu f_1 là ngẫu nhiên có hàm tương quan:

$$R_{f1}(\tau) = R_1(0)e^{-\alpha|\tau|}. \qquad (3\text{-}30)$$

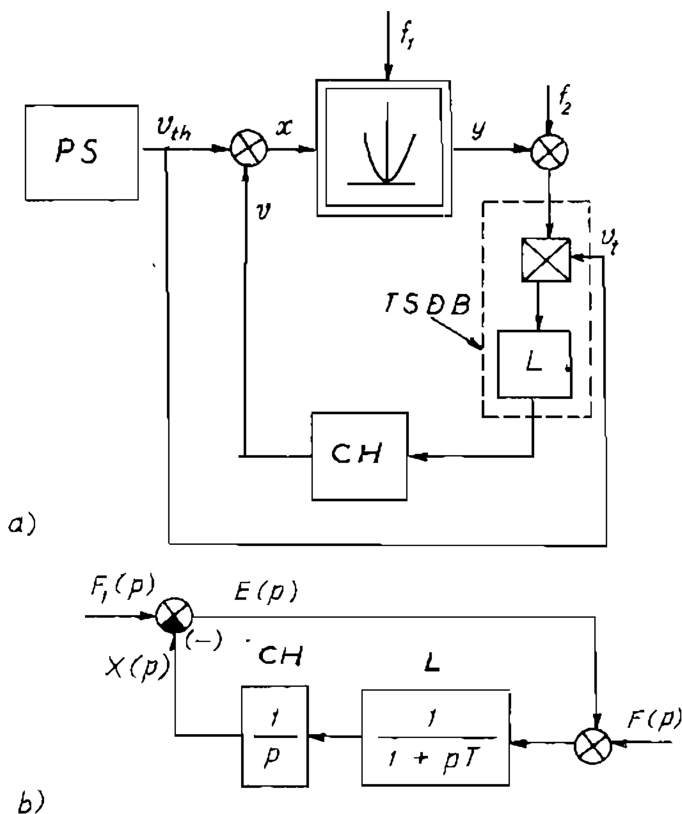
Nhiễu f_2 là ồn trắng có mật độ phổ:

$$S_2(\omega) = \begin{cases} S_0 \text{ khi } \omega > \omega_2 \\ 0 \text{ khi } \omega \le \omega_2 \end{cases} \qquad (3\text{-}31)$$

Cơ cấu tách sóng đồng bộ có bộ lọc L với hàm truyền đạt:

$$W_L(p) = \frac{1}{1 + pT}.$$

Hằng số thời gian T càng lớn, nhiễu f_2 được lọc càng tốt và sai lệch do f_2 gây nên càng bé nhưng mặt khác quá trình bám cực trị mà f_1 làm trôi đặc tính càng chậm và sai lệch do f_2 gây nên lại càng lớn. Do đó bộ lọc L có hằng số thời gian tối ưu cần tìm. Sơ đồ cấu trúc như ở h.3-36b. Đối tượng điều khiển với đặc tính y(x) và bộ nhân của cơ cấu tách sóng đồng bộ (TSĐB) được thay thế bằng khâu tuyến tính có đặc tính $dy/dx = f_1 - x$ và thể hiện trên sơ đồ khối bằng cơ



Hình 3-36.

cấu so sánh (xem III.2.4.1). Bộ lọc là khâu quán tính ảnh hưởng đến quá trình động học và sơ đồ không có gì thay đổi. Cơ cấu chấp hành (CH) là khâu vi phân lý tưởng. Nhiễu f_2 đã được quy đổi thành:

$$f(t) = f_2(t)X_m \sin\omega_0 t,$$

vì có bộ nhân trước khi tín hiệu vào bộ lọc. Nhiễu f(t) vẫn là ồn trắng, chỉ có mật độ phổ tỷ lệ với bình phương của biên độ tín hiệu tựa:

$$S_2(\omega) = \frac{X_m^2}{2} S_0, \text{ khi } \omega > \omega_2, \tag{3-32}$$

với điều kiện $\omega_0 < \omega_2$. Thành phần $\frac{X_m^2}{2}$ ở biểu thức (3-32) thể hiện sự thay đổi của mật độ phổ của f_2 khi nhân với tín hiệu tựa $X_m \sin\omega_0 t$ ở cơ cấu tách sóng đồng bộ.

Do ảnh hưởng của nhiễu mà sai lệch so với cực trị $e = f_1 - x$ mang tính chất ngẫu nhiên, và ta có thể dùng độ tản σ_e^2 làm chỉ tiêu chất lượng để khảo sát.

Với giả thiết các nhiễu f_1, f_2 không liên quan nhau, và độ tản của sai lệch gồm 2 thành phần:

$$J(T) = \sigma_e^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2, \tag{3-33}$$

ở đây σ_1^2 - độ tản do f_1 gây nên hiện tượng trôi đặc tính cực trị và σ_2^2 - độ tản do f_2.

Độ tản σ_1^2 được xác định bởi đặc tính thống kê của nhiễu f_1 và hàm truyền $W_1(p) = \frac{E(p)}{F1(p)}$ theo biểu thức:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty |W_1(j\omega)|^2 S_1(\omega)d\omega, \tag{3-34}$$

trong đó, theo h.3-36b:

$$W_1(j\omega) = \frac{j\omega(1 + j\omega T)}{j\omega(1 + j\omega T) + 1}, \tag{3-35}$$

và theo (3-30) ta xác định:

$$S_1(\omega) = \frac{2R_1(0)\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \tag{3-36}$$

Thay thế (3-35), (3-36) vào biểu thức (3-34) ta có:

$$\sigma_1^2(T) = \frac{2R_1(0)\alpha}{\pi}\int_0^\infty \frac{\omega^2(1+\omega^2T^2)}{[(1-\omega^2T)^2+\omega^2](\alpha^2+\omega^2)}d\omega;$$

$$\sigma_1^2(0) = R_1(0)\frac{\alpha}{1+\alpha}\ ; \quad \text{Khi } T = 0,$$

$$\sigma_1^2(\infty) = R_1(0)(1+1/\alpha); \quad \text{Khi } T \to \infty.$$

Đặc tính $\sigma_1^2(T)$ như đường cong 1 ở h.3-37. Cũng tương tự như trên ta xác định $\sigma_2^2(T)$:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty |W_2(j\omega)|^2 S_2(\omega)d\omega \tag{3-37}$$

mà
$$W_2(j\omega) = \frac{E(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{j\omega(1+j\omega T)+1},$$

và $S_2(\omega)$ được xác định theo (3-32), từ đó:

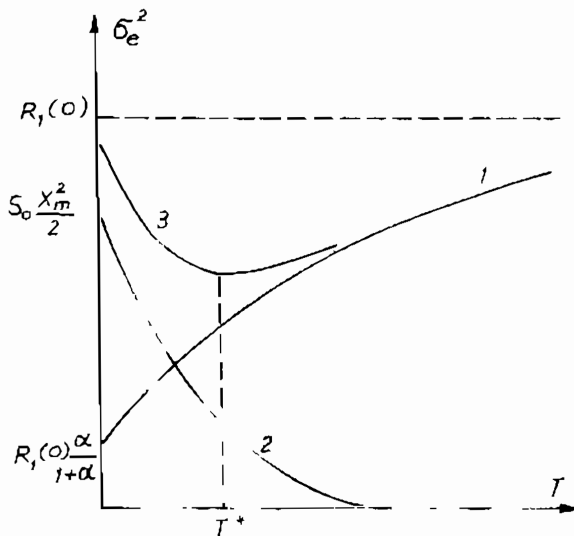
$$\sigma_2^2(T) = \frac{X_m^2 S_o}{2\pi}\int_{\omega_2}^\infty \frac{1}{\omega^4T^2+\omega^2(1-2T)+1}d\omega,$$

$$\sigma_2^2(0) = \frac{X_m^2 S_o}{4}\ ;$$

Khi $T = 0$, $\omega_2 < 1$,

$$\sigma_2^2(\infty) = 0;$$

Khi $T \to \infty$.



Hình 3-37.

Đặc tính $\sigma_2^2(T)$ được biểu thị bằng đường cong 2 trên h.3-37.

Độ tản của sai lệch σ_e^2 là tổng của 2 thành phần (cong đồ thị 2 ... áp ...

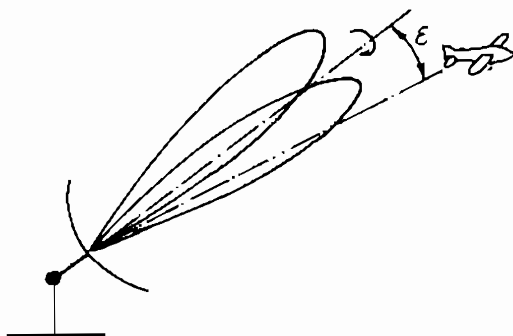
đường cong 1 và 2 ta có, đường 3 tương ứng với σ_e^2. Hằng số thời gian tối ưu của bộ lọc xác định theo cực tiểu của đường 3 hay theo điều kiện: $\frac{d\sigma_c^2}{dT} = 0$.

III.2.5. MỘT VÀI ỨNG DỤNG HỆ CỰC TRỊ

III.2.5.1. Hệ cực trị điều khiển Rada [21]

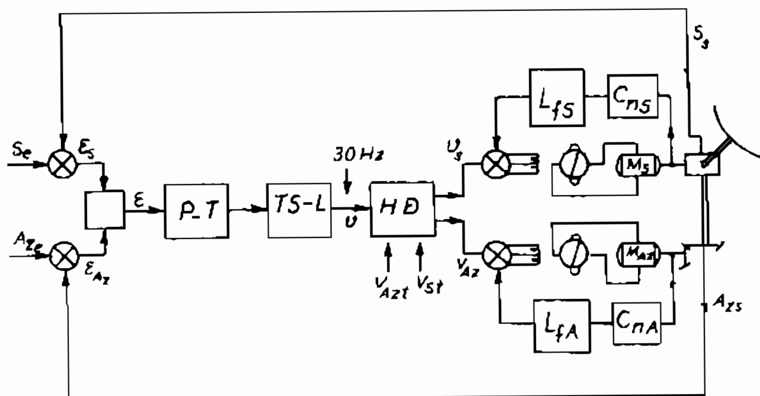
Như ở ví dụ 1 (mục III.2.1) cường độ y của rađa theo góc tà x_1 và góc phương vị x_2 có cực trị là cực đại khi đạt các thông số tối ưu $y_{max}(x_1^*, x_2^*)$ như ở h.3-38.

Vị trí của góc tà và góc phương vị được điều khiển bởi hai động cơ M_S và M_{AZ} tương ứng. Ở mỗi kênh đều có phản hồi cục bộ được thực hiện bằng cầu tốc độ và bộ lọc cao tần (C_{nS} và L_{fS}, C_{nA} và L_{fA}) như ở h.3-39. Tổ hợp phát và thu P-T của rađa là bộ giải điều kép có chức năng như một la-bàn vô tuyến.



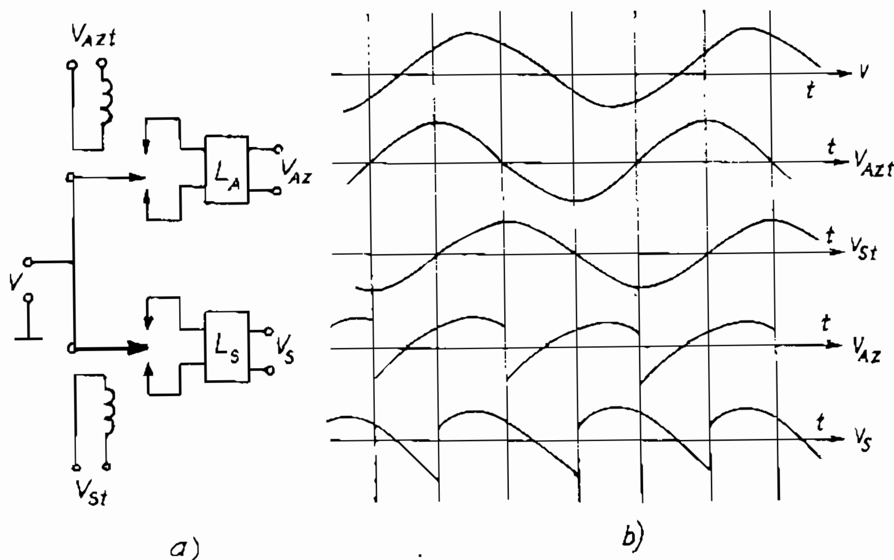
Hình 3-38.

Bộ giải điều được tuyến tính hóa bằng cách cộng thêm vào sai lệch góc ε, một sai lệch góc phụ dạng hình sin với biên độ không đổi, tần số 30Hz, được thực hiện bằng động cơ có tốc độ 1800 vg/ph quay anten quanh trục (h.3-38). Tần số quét này rất lớn



Hình 3-39.

so với giải thông tần của hệ thống (bé hơn 2 Hz). Động cơ này đồng thời quay một máy phát tạo nên hai điện áp tựa cho hai kênh. Hai điện áp V_{St} và V_{AZt} này được chọn sao so chúng bằng không khi sai lệch về góc tà và góc phương vị bằng không như h.3-40. Tín hiệu đã điều biên với tần số quét 30 Hz được qua bộ tách sóng và lọc (TS-L). Điện áp ra V là điện áp xoay chiều tần số 30 Hz được điều biên, xác định bởi sai lệch góc ε. Biên độ của V tỷ lệ với trị số tuyệt đối của sai lệch góc ε và pha, tùy thuộc vào định hướng của góc sai lệch trong không gian. Điện áp này được so sánh với điện áp tựa ở bộ hoàn điệu pha (HĐ) để có hai điện áp tỷ lệ với hai thành phần sai lệch về góc tà và góc phương vị V_S và V_{AZ}. Chức năng cơ cấu này là cơ cấu tách sóng đồng bộ với bộ lọc L_A và L_S ở hình 3-40a. Cơ cấu chuyển đổi thực hiện chức năng của bộ nhân, thực tế là cơ cấu chuyển đổi điện từ (được thể hiện bằng 2 rơle để dễ hiểu) được điều khiển bởi điện áp tựa từ máy phát có động cơ kéo cùng quay trục anten để tạo tín hiệu tìm cùng tần số ở đầu vào.



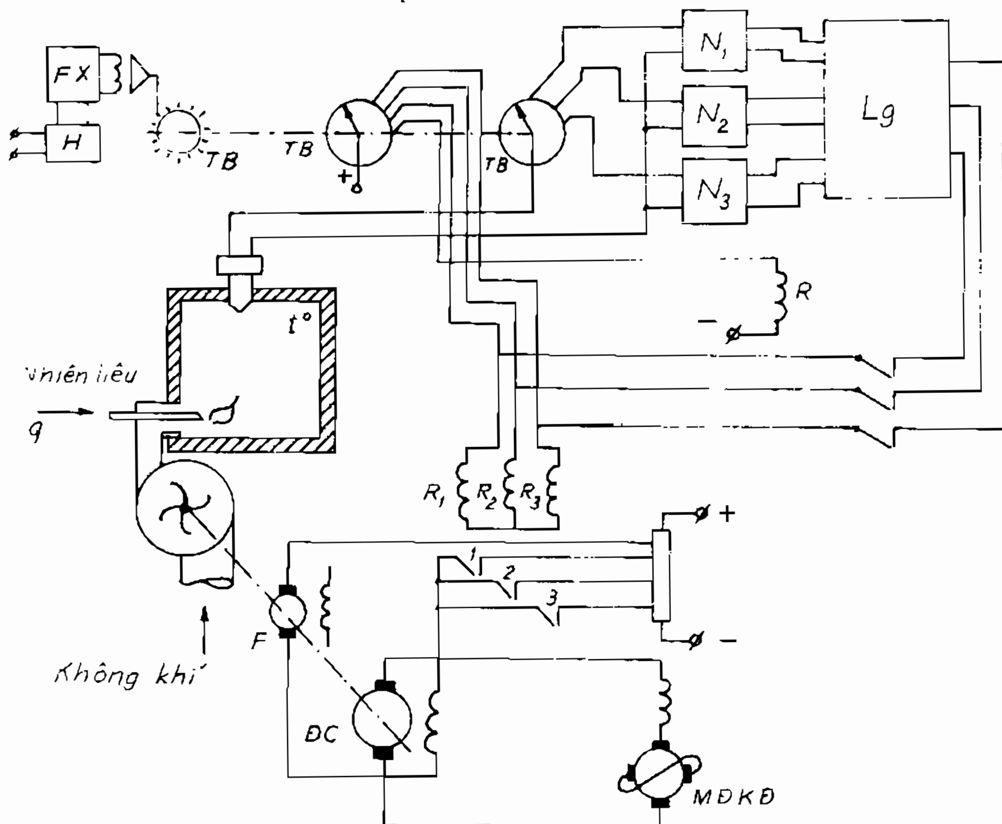
Hình 3-40.

Ở mỗi kênh, phần hồi cục bộ là phản hồi tốc độ được trộn vào nguồn kích từ của máy điện khuếch đại tương ứng còn phản hồi chính là phản hồi về góc được so sánh với vị trí thực của mục tiêu trong không gian theo tọa độ của góc tà và góc phương vị.

III.2.5.2. Hệ cực trị duy trì nhiệt độ cực đại [10]

Trong sản xuất có những đối tượng cần giữ cho nhiệt độ cao nhất như lò luyện kim, ví dụ 2 (mục III.2.1), gương mặt trời (mục III.1.1). Sơ đồ nguyên lý của hệ cực trị điều khiển nhiệt độ như ở h.3-41. Chú ý rằng nguyên lý nói chung không thay đổi trong khi các phần tử để thực hiện ngày càng được hoàn thiện hơn.

Biết rằng nhiệt độ ngọn lửa tùy thuộc vào tỷ lệ nhiên liệu - không khí, mà tỷ lệ ấy với các nhiên liệu khác nhau là khác nhau. Hệ sẽ xác định lượng không khí luôn tối ưu bằng cách thay đổi tốc độ quạt. Việc tìm chế độ tối ưu được thực hiện theo từng chu kỳ bởi đồng hồ H và máy phát xung FX làm cho bộ tìm bước TB quay, với tốc độ chậm. Tiếp điểm đầu tiên của bộ tìm bước sẽ đóng rơle R, sau đó, rơle R_1 để chỉnh định tốc độ quạt có trị số nhất định. Đồng thời cơ cấu nhớ N_1 ghi lại nhiệt độ lò với tốc độ quạt tương ứng.



Hình 3-41.

Khi bộ tìm bước quay, rơle R_2 ở cơ cấu ghi nhớ N_2 ghi lại nhiệt độ ở chế độ khác của tốc độ (tiếp điểm 2 của R_2 thay đổi dòng kích từ của động cơ quay quạt ĐC). Cứ thế quá trình tiếp diễn và lặp lại. Ở h.3-41 chỉ thể hiện 3 mức chỉnh định, thực tế có thể nhiều hơn.

Phần tử logic L_g sẽ so sánh các nhiệt độ đã được ghi nhớ (dưới dạng điện áp) ở các cơ cấu ghi nhớ N và chọn vị trí có nhiệt độ cao nhất. Việc ấy được thực hiện ngay sau khi bộ tìm bước đã quay được một vòng và cơ cấu logic xác định ngay chế độ tối ưu của quạt gió.

Sau một thời gian định trước trên đồng hồ H, chu kỳ tìm cực trị lặp lại như trước.

III.2.5.3. Hệ cực trị duy trì năng suất cực đại của lò chưng cất nước ngọt [21]

Hệ chưng cất nước ngọt có năng suất cực đại được mô tả ở h.3-42.

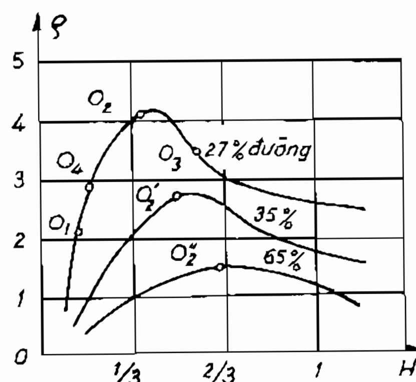
Năng suất ở đây được đánh giá gián tiếp bởi hệ số p là tỷ số của lưu lượng của dòng hơi q và chênh lệch nhiệt độ giữa hai điểm, trong ống dẫn dung dịch cần chưng cất Δt. Hệ số ρ thay đổi tùy mức dung dịch H trong các ống dẫn, nhưng quan hệ này còn phụ thuộc vào nhiều thông số khác như nồng

Hình 3-42.

độ của dung dịch lưu lượng dung dịch, nhiệt độ và lưu lượng của hơi nước v.v... như ở h.3-43.

Ở h.3-42 nêu một phương pháp duy trì năng suất cao của lò chưng bằng phương pháp tách sóng đồng bộ. Mức H của dung dịch được đo và quan sát bằng một ống thủy tinh song song với các ống thủy tinh trong lò chưng. Một bộ điều chỉnh điều khiển lưu lượng của dung dịch nước quả ở đầu vào Q nhằm giữ cho mức H của dung dịch trong các ống chứa trong lò chưng không thay đổi. Mức chuẩn được thay đổi bằng một động cơ ĐC.

Để tạo nên giao động tìm, một động cơ con đ quay cơ cấu cam c để tạo nên dao động của lưu lượng A ở đầu vào, đồng thời một dao động điện áp thông qua biến trở BT vào cơ cấu tách sóng đồng bộ và ở đầu ra, rơle R làm cho động cơ có 2 cuộn kích thích sẽ làm cho H có dao động δH. Như ở h.3-13 tùy thuộc pha của "tín hiệu ra" ρ so với dao động quét ở đầu vào mà bộ tách sóng đồng bộ đánh giá và xác định hướng chuyển động của động cơ ĐC, đồng thời bộ điều chỉnh thay đổi mức dung dịch để năng suất ρ luôn cực đại.



Hình 3-43.

III.3. HỆ GIẢI TÍCH

Phương pháp giải tích để tổng hợp các hệ thích nghi được *phát triển chậm* hơn về mặt thời gian nhưng *với tốc độ nhanh chóng*. Mặc dù việc thực hiện có phức tạp nhưng việc đưa *máy tính ngày càng hoàn thiện* vào điều khiển các đối tượng, các quá trình sản xuất sẽ góp phần khắc phục nhược điểm trên. Tuy vậy, do chỉ tiêu chất lượng là người thiết kế áp đặt và khả năng hội tụ của angorít trong điều kiện lượng thông tin ban đầu thiếu, còn tiếp tục đặt ra những vấn đề cần giải quyết.

Trong các hệ giải tích nói chung có ba quá trình: tìm hiểu, tổng hợp và thực hiện. Trong quá trình tìm hiểu, hệ thống có thể xác định những khối lượng tin tức khác nhau về quá trình điều khiển: hàm quá độ, hàm trọng lượng, đặc tính tần biên pha v.v... có thể cho thông tin đầy đủ về các đối

tượng tuyến tính. Trong thực tế, để xây dựng hệ thống, đôi khi chỉ cần một chỉ tiêu nào đấy như hệ số khuếch đại, hệ số suy giảm, mức độ ổn định, tần số dao động riêng, sai số tĩnh, vị trí phân bố nghiệm số v.v...

Theo nguyên tắc xây dựng, hệ giải tích được phân loại như sau:

1- Hệ thích nghi dùng tin tức về các đặc tính tần số. Trong các hệ này các đặc tính tần biên pha được đo và trên cơ sở ấy chỉnh định thông số của cơ cấu điều khiển. Thuộc loại này còn có các hệ tự dao động mà hệ số khuếch đại của phần tử phi tuyến biến đổi tùy theo biên độ tự dao động.

2- Hệ thích nghi dùng tin tức về đặc tính thời gian. Trong các hệ này chỉ tiêu chất lượng có thể là số lần dao động của quá trình quá độ hay tỷ số của tổng các trị số dương và âm của hàm trọng lượng gián đoạn. Thuộc loại này còn có các hệ dùng mô hình mẫu để so sánh.

3- Hệ thích nghi dùng tin tức về quá trình ở biên giới ổn định.

Trong các hệ này, mạch phản hồi làm tăng dần hệ số khuếch đại cho đến lúc có tự dao động, sau đó một mạch phụ làm giảm nhanh hệ số khuếch đại, tự dao động mất đi. Quá trình cứ thế lặp lại.

4- Hệ thích nghi tổng hợp theo phương pháp gradien. Trong các hệ này, chỉ tiêu chất lượng được đánh giá theo cực tiểu của sai lệch giữa đại lượng được điều khiển và trị số mong muốn, là lượng chỉnh định được xác định trên cơ sở gradiên của hàm chênh lệch ấy. Thuộc loại này còn có các hệ xây dựng theo phương pháp nhạy cảm.

5- Hệ thích nghi tổng hợp theo phương pháp Lyapunov. Hàm Lyapunov được hình thành giữa thông số chỉnh định với trị số tối ưu của chúng và đạo hàm của chênh lệch. Sau đó từ điều kiện đạo hàm của hàm Lyapunov âm mà xác định lượng chỉnh định thông số.

Bốn loại đầu có những điểm giống nhau, do đó được tổng hợp lại thành phương pháp ước lượng và theo [23], các hệ giải tích được chia làm hai lớp:

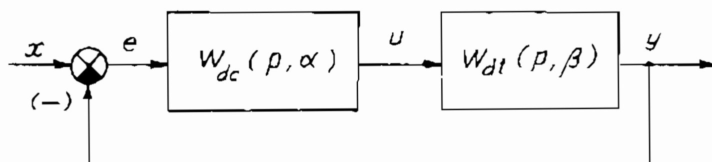
- Các hệ giải tích tổng hợp theo phương pháp ước lượng và
- Các hệ giải tích tổng hợp theo phương pháp Lyapunov.

Dưới đây sẽ nêu hai ví dụ tổng hợp hệ thích nghi giải tích theo hai lớp này.

III.3.1. HỆ GIẢI TÍCH XÂY DỰNG THEO PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ PHỤ

III.3.1.1. Trường hợp đối tượng xác định

Trên h.3-44 là sơ đồ khối của hệ điều chỉnh thông thường mà đối tượng đã được biết đầy đủ về cấu trúc và thông số. Bộ điều chỉnh có véc tơ thông số α cần tự chỉnh định sao cho hệ luôn làm việc tối ưu theo một nghĩa nào đó. Chỉ tiêu chất lượng thường là hàm của sai lệch:



Hình 3-44.

$$J(\alpha) = f(e) \quad (3\text{-}38)$$

Hay cụ thể hơn, hai dạng thường dùng là:

$$J(\alpha) = f(e) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^2 \\ |e|. \end{cases} \quad (3\text{-}39)$$

Thông số của bộ điều chỉnh:

$\alpha^T = [T_n, T_v, T_i]$, như ở biểu thức (1-33) hay bảng 2 hoặc:

$\alpha^T = [K_{dc}, T_i, T_d]$.

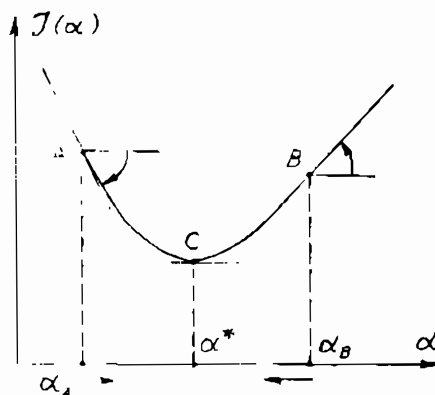
Nếu chỉ tiêu chất lượng (3-39) có cực trị (cực tiểu) thì ta có thể có angorít thích nghi như sau:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\gamma\frac{dJ}{d\alpha} \quad (3\text{-}40)$$

Thực vậy vì:

Ở điểm A $\frac{dJ}{d\alpha} < 0$, do đó:

$\frac{d\alpha}{dt} > 0$ và theo thời gian, α tăng.



Hình 3-45.

Ở điểm B $\dfrac{dJ}{d\alpha} > 0$ do đó:

$$\frac{d\alpha}{dt} < 0 \text{ và theo thời gian } \alpha \text{ giảm}$$

Ở điểm C $\dfrac{dJ}{d\alpha} = 0, \quad \dfrac{d\alpha}{dt} = 0, \quad \alpha_c = \alpha^* = \text{const}$

Ở angorit (3-40) có thể lấy trị số γ = const. Chỉ tiêu chất lượng (3-38) phụ thuộc sai lệch e mà sai lệch lại phụ thuộc thông số α nên angôrit (3-40) có dạng

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial \alpha} \tag{3-41}$$

Theo sơ đồ h.3-44, ta có thể viết:

$$e = x - y,$$

$$\frac{\partial e}{d\alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha} - \frac{\partial y}{\partial \alpha},$$

x là tín hiệu vào, α thay đổi không làm thay đổi x, do đó (3-41) có dạng:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \gamma \frac{\partial f}{\partial e} \frac{\partial y}{\partial \alpha} \quad . \tag{3-42}$$

Cũng theo sơ đồ h.3-44:

$$y(p) = E(p)W_{dc}(p, \alpha)W_{dt}(p, \beta),$$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = W_{dc}(p, \alpha)W_{dt}(p, \beta) \frac{\partial e}{\partial \alpha} + W_{dt}(p, \beta)\frac{\partial W_{dc}(p, \alpha)}{\partial \alpha} e,$$

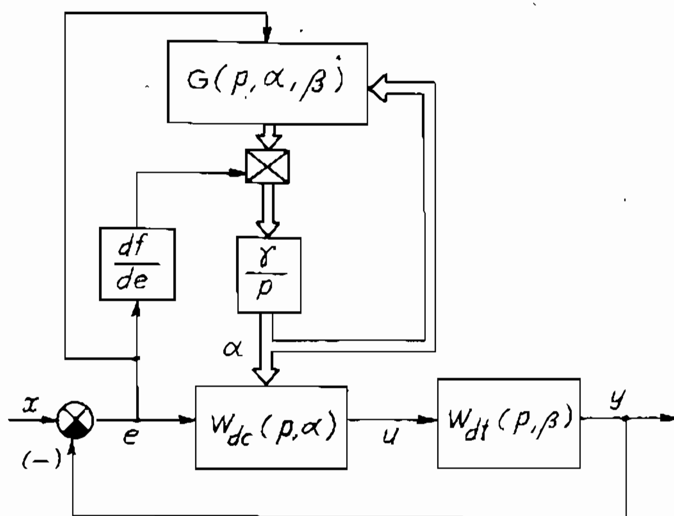
$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = [1 + W_{dc}(p, \alpha)W_{dt}(p, \beta)]^{-1}W_{dt}(p, \beta).\frac{\partial W_{dc}(p, \alpha)}{\partial \alpha} e \tag{3-43}$$

Thay thế (3-43) vào (3-42) ta có:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \gamma \frac{\partial f}{\partial e} G(p, \alpha, \beta)e, \tag{3-44}$$

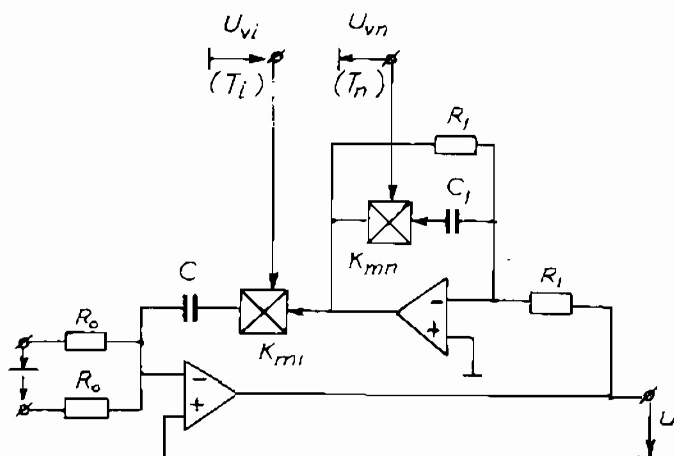
mà $$G(p, \alpha, \beta) = [1 + W_{dc}(p, \alpha)W_{dt}(p, \beta)]^{-1}\frac{\partial W_{dc}(p, \alpha)}{\partial \alpha}.W_{dt}(p, \beta) \tag{3-45}$$

Sơ đồ thực hiện angôrit (3.44) cho trên h.3-46. G(p, α, β) là toán tử phụ từ đó có tên của phương pháp này. Trong toán tử phụ có thông số β là véc tơ thông số của đối tượng đã biết. Véc tơ thông số α là véc tơ thông số của bộ điều chỉnh nên có mối liên hệ giữa α ở bộ điều chỉnh và α ở toán tử phụ G. Thực tế cho thấy, để đơn giản hóa mô hình [15] có thể cố định hóa thông số α mà angorit vẫn hội tụ.



Hình 3-46.

Bộ điều chỉnh trong trường hợp này là bộ điều chỉnh thích nghi. Trên h.3-47 là sơ đồ nguyên lý của một bộ điều chỉnh PI điện tử liên tục với hàm truyền:



Hình 3-47.

$$W_{dc}(p) = \frac{(T_{np} + 1)}{T_{ip}},$$

mà

$$T_n = R_1C_1K_{mn}U_{vn},$$

$$T_i = R_oCK_{mi}U_{vi},$$

K_{mn} và K_{mi} là hệ số của các bộ nhân.

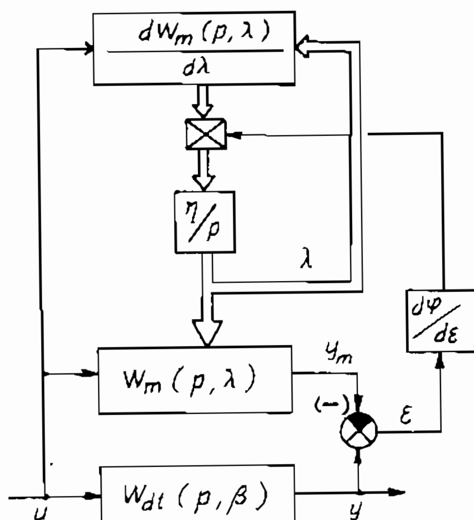
- Tín hiệu đưa vào là điện áp U_{vn} và U_{vi} cho nên khi dùng bộ điều chỉnh liên tục, angôrít có thể được thực hiện trên máy tính, thông qua các bộ biến đổi AD và DA hay các linh kiện điện tử. Bộ điều chỉnh thích nghi số DR-24 (Siemens Company) có phần mềm lập trình theo PLC.

III.3.1.2. Trường hợp đối tượng chưa xác định

Khi thông số của đối tượng β chưa biết hay thay đổi, hoặc ngay cả cấu trúc của đối tượng chưa xác định, cần thực hiện việc nhận dạng đối tượng. Bằng phương pháp dùng mô hình song song, có cấu trúc cho trước $W_m(p, \lambda)$, véc tơ thông số của mô hình λ sẽ được chỉnh định theo phương pháp giải tích như trên. Chỉ tiêu chất lượng nhận dạng được đánh giá theo:

$$J(\lambda) = \varphi(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{1}{2}\varepsilon^2 \\ |\varepsilon| \end{cases} \quad (3\text{-}46)$$

với $\varepsilon = y - y_m$ là sai lệch giữa tín hiệu ra của đối tượng y và tín hiệu ra của mô hình y_m.



Hình 3-48.

Angôrít thích nghi có dạng:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\eta\frac{dJ}{d\lambda} = -\eta\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\lambda} \quad (3\text{-}47)$$

Theo h.3-48:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\lambda} = -\frac{\partial y_m}{\partial\lambda},$$

$$y_m(p) = u(p)W_m(p, \lambda),$$

$$\frac{\partial y_m}{\partial\lambda} = \frac{\partial W_m(p, \lambda)}{\partial\lambda}u.$$

Cuối cùng angôrit (3.47) có dạng:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \eta\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon}\frac{\partial W_m(p, \lambda)}{\partial\lambda}u \quad (3\text{-}48)$$

Sơ đồ thực hiện angôrit (3-48) như ở h.3-48. Khi đối tượng chưa xác định thì toán tử phụ (3-45), thay vì mô hình $W_{dt}(p, \beta)$ ta dùng mô hình $W_m(p, \lambda)$. Khi kết hợp nhận dạng với điều khiển (hệ thích nghi gián tiếp [21]) sơ đồ khối được xây dựng trên cơ sở ghép nối sơ đồ trên h.3-46 và 47, trong đó còn có mối liên hệ giữa vectơ λ và toán tử phụ $G(p, \alpha, \lambda)$ theo (3-45).

III.3.1.3. Ví dụ

Phương pháp toán tử phụ được áp dụng để mô hình hóa một quá trình nhận dạng mà đối tượng là một khâu quán tính:

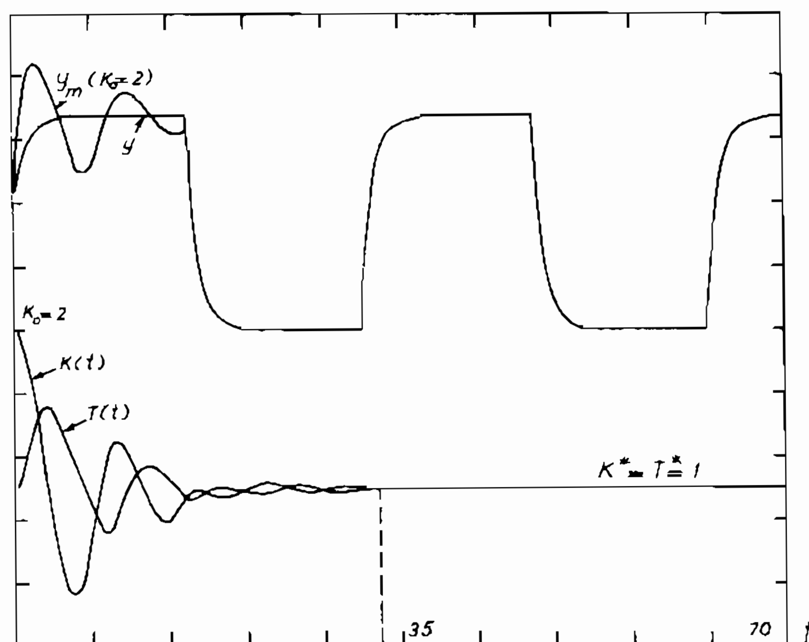
$$W_{dt}(p) = \frac{1}{1 + p}$$

và mô hình có cùng cấu trúc:

$$W_m(p) = \frac{K}{1 + Tp}.$$

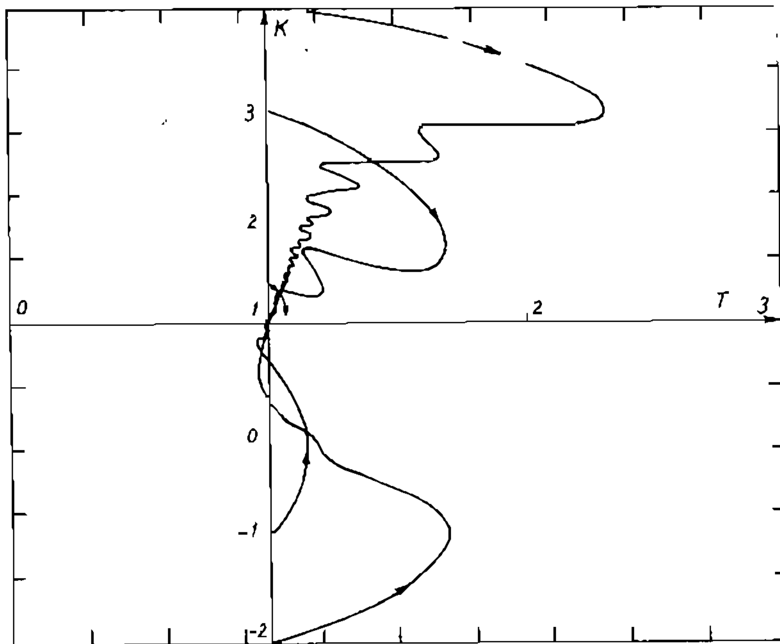
Như vậy thông số tối ưu có thể được đánh giá trước để so sánh là $K^* = 1$, $T^* = 1$.

Trên h.3-49 có các đường cong $y(t)$, $y_m(t)$, $K(t)$ và $T(t)$. Tín hiệu vào $u(t)$ (h.3-48) dạng chữ nhật, sau một lần đổi dấu và quá trình nhận dạng



Hình 3-49.

kết thúc nghĩa là các thông số K, T của mô hình đã bằng trị số tối ưu $K^* = T^* = 1$ với trị số ban đầu của $K = K_0 = 2$. Ở hình 50 có quỹ đạo biến đổi của K, T với những điều kiện đầu K_0 khác nhau. Tất cả đều hội tụ về trị số tối ưu $K^* = T^* = 1$ ở gốc tọa độ.



Hình 3-50.

Chỉ tiêu chất lượng được chọn là:

$$J(K, T) = \frac{1}{2}\varepsilon^2$$

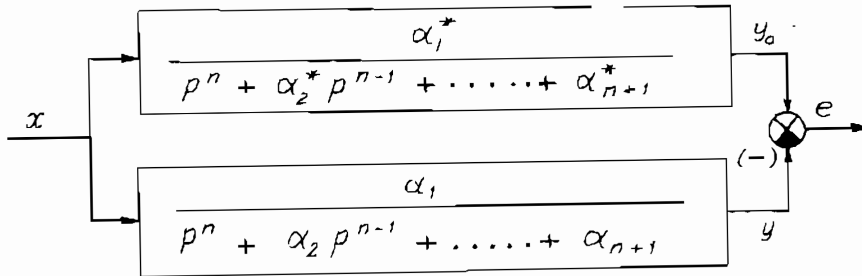
và $$\frac{d\varphi}{d\varepsilon} = \varepsilon \text{ ở biểu thức (3-47)}$$

III.3.2. HỆ GIẢI TÍCH XÂY DỰNG THEO PHƯƠNG PHÁP LYAPUNOV TRỰC TIẾP

Hàm Lyapunov V được hình thành dưới dạng sai lệch của đạo hàm và chênh lệch giữa thông số chỉnh định vị và trị số tối ưu của nó α_i^*. Sau đó lấy đạo hàm theo thời gian của hàm Lyapunov. Từ điều kiện đạo hàm âm $\frac{dV}{dt}$ mà xác định các phương trình động học chỉnh định thông số α_i.

Ví dụ với hệ thống cần chỉnh định có thông số α_i và mô hình mẫu có các

thông số α_i^* trên h.3-51. Ở đây, tín hiệu ra của mô hình mẫu là y_0 (Ngược lại nếu y_0 là tín hiệu ra của đối tượng, y là của mô hình thích nghi, ta trở về bài toán nhận dạng như ở h.3-48).



Hình 3-51.

Phương trình của mô hình mẫu và của đối tượng tương ứng như sau:

$$(p^n + \alpha_2^* p_{n-1} + \ldots + \alpha_{n+1}^*)y = \alpha_1^* x \qquad (3\text{-}49)$$

$$(p^n + \alpha_2 p_{n-1} + \ldots + \alpha_{n+1})y = \alpha_1 x \qquad (3\text{-}50)$$

Theo h.3-51: $e = y_0 - y$. Thay $y_0 = e + y$ vào (3-49) đưa e sang vế trái, sau đó cộng và trừ vế phải với (3-50) ta có:

$$(p^n + \alpha_2^* p^{n-1} + \ldots + \alpha_{n+1}^*)e =$$

$$= (\alpha_1^* - \alpha_1)x - (\alpha_2^* - \alpha_2)p^{n-1}y - \ldots - (\alpha_{n+1}^* - \alpha_{n+1})y \qquad (3\text{-}51)$$

Đạt $z_1 = e$; $\quad z_2 = \dot{z}_1 = pe$,

$$z_3 = \dot{z}_2 = p^2 e.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$z_{n+1} = \dot{z}_n = p^n e.$$

ta có $\quad \dot{z}_n = z_{n+1} = p^n e = -\alpha_2^* z_n - \alpha_3^* z_{n-1} - \ldots - \alpha_{n+1}^* z_1 +$

$$+ (\alpha_1^* - \alpha_1)x - (\alpha_2^* - \alpha_2)p^{n-1}y - \ldots - (\alpha_{n+1}^* - \alpha_{n+1})y \qquad (3\text{-}52)$$

Hàm Lyapunov được chọn dưới dạng:

$$V = z'Hz + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{(\alpha_i^* - \alpha_i)^2}{\gamma_i}. \qquad (3\text{-}53)$$

Từ biểu thức đặc tính ở (3-51) lập ma trận Héc mít:

$$H = \begin{matrix} \alpha_2^* & \alpha_4^* & \alpha_6^* & 0 \\ 1 & \alpha_3^* & \alpha_5^* & 0 \\ 0 & \alpha_2^* & \alpha_4^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{n+1}^* \end{matrix} \qquad (3\text{-}54)$$

Nếu đặt $S = e(\alpha_2^* p^{n-1} + \alpha_4^* p^{n-3} + \alpha_6^* p^{n-5} + \dots)$ (3-55)

thì

$$\frac{dV}{dt} = -2S^2 + 2S[(\alpha_1^* - \alpha_1)x - (\alpha_2^* - \alpha_2)p^{n-1}y - \dots$$

$$- (\alpha_{n+1}^* - \alpha_{n+1})y] + 2\sum_{i=1}^{n+1} \frac{(\alpha_i^* - \alpha_i)p(\alpha_i^* - \alpha_i)}{\gamma_i}, \qquad (3\text{-}56)$$

ở đây $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n+1}$ là các hệ số

$$Z^t = [Z_1, Z_2, \dots, Z_n].$$

Từ (3-56) để đạo hàm $\frac{dV}{dt}$ âm ta có thể chọn các phương trình động học chỉnh định các thông số như sau:

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = -\gamma_1 Sx,$$

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = \gamma_2 Sp^{n-1}y,$$

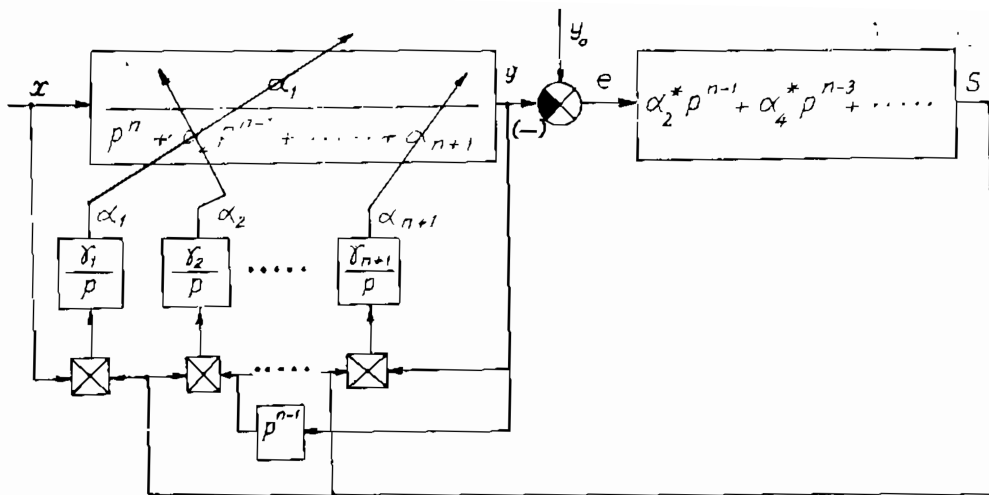
.... (3-57)

$$\frac{d\alpha_n}{dt} = \gamma_n Spy,$$

$$\frac{d\alpha_{n+1}}{dt} = \gamma_{n+1} Sy.$$

Khi các hệ số đều dương, đối tượng ổn định thì hàm V là xác định dương và hệ sẽ ổn định với mọi tín hiệu vào. Sơ đồ mạch chỉnh định thông số α_i $(i = 1, 2, \dots, n + 1)$ được thể hiện ở h.3-52.

Hàm Lyapunov có thể có dạng khác nhau nên có thể có nhiều dạng khác nhau của mạch chỉnh định thông số α_i.



Hình 3-52.

III.4. PHƯƠNG PHÁP TỔNG QUÁT ĐỂ KHẢO SÁT CÁC HỆ THÍCH NGHI

III.4.1. ANGORÍT THÍCH NGHI

Trong các ví dụ trên về hệ thích nghi - hệ cực trị cũng như hệ giải tích, chúng có những điểm chung. Đó là sự tồn tại cụ thể hay không cụ thể cực trị theo một chỉ tiêu chất lượng, và ở điểm cực trị ấy, gradiên theo thông số biến đổi bằng không. Ở các hệ giải tích, sự hình thành chỉ tiêu chất lượng được thực hiện trên cơ sở của sai lệch giữa hai đại lượng mà ở cuối quá trình thích nghi, sai lệch ấy là nhỏ nhất theo một nghĩa nào đó. Các hệ thích nghi phong phú và đa dạng, do đó việc tổng quát hóa [34, 35] là cần thiết [21].

Ở bài toán tiền định cũng như ngẫu nhiên, lượng thông tin ban đầu là tương đối đầy đủ. Trong hệ thống, ngoài cấu trúc và thông số của nó, các tín hiệu vào được biết hoặc cụ thể như ở hệ tiền định, hoặc dưới dạng các đặc tính thống kê như trị số trung bình, mật độ phân bố, mật độ phổ v.v... ở hệ ngẫu nhiên. Phương pháp giải bài toán tiền định là dựa vào biểu thức Parseval, giải bài toán ngẫu nhiên - dựa vào biểu thức Wiener - Phillips. Các phương pháp này đều là phương pháp giải tích. Đối với hệ thích nghi, khi lượng thông tin ban đầu không đầy đủ thì phương pháp thích hợp lại là phương pháp

angôrít.

Để phân biệt hai phương pháp này, ta lấy ví dụ về một hệ bậc hai (1-14):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_0\frac{dy}{dt} + \omega_0^2y = \omega_0^2x, \qquad (3\text{-}58)$$

với tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

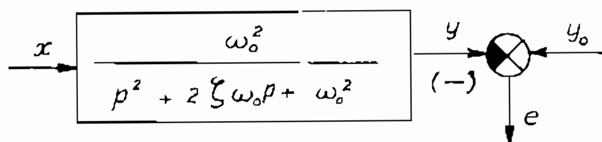
$$y_0(t) = 1$$

Đó là trường hợp của hệ điều chỉnh.

Theo h.3-53:

$e(t) = y_0(t) - y(t)$.

Thay thế $y(t) = y_0 - e(t)$ vào biểu thức (3-58) ta có:



Hình 3-53.

$$\frac{d^2e(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0\frac{de(t)}{dt} + \omega_0^2e(t) = 0 \qquad (3\text{-}59)$$

Thay thế biến thời gian t bởi:

$$\tau = \omega_0 t.$$

Biểu thức (3-59) có dạng:

$$\frac{d^2e(\tau)}{d\tau^2} + 2\zeta\frac{de(\tau)}{d\tau} + e(\tau) = 0\,. \qquad (3\text{-}60)$$

Chỉ tiêu chất lượng để xác định hệ số suy giảm ζ tối ưu được đánh giá theo:

$$J(\zeta) = \int_0^\infty e^2(\tau)d\tau. \qquad (3\text{-}61)$$

Với điều kiện của bài toán ta có:

$$y(0) = 0 \qquad e(0) = 1$$

$$\dot{y}(0) = 0 \qquad \dot{e}(0) = 0$$

Nhân với $e(\tau)$ và lấy tích phân (3-60) ta có:

$$\int_0^\infty e(\tau)\ddot{e}(\tau)d\tau + 2\,\zeta\int_0^\infty e(\tau)\dot{e}(\tau)d\tau + \int_0^\infty e^2(\tau)d\tau = 0 \qquad (3\text{-}62)$$

Lại nhân với $e(\tau)$ và lấy tích phân (3-60):

$$\int_0^\infty \dot{e}(\tau)e(\tau)d\tau + 2\zeta\int_0^\infty \dot{e}^2(\tau)d\tau) + \int_0^\infty \dot{e}(\tau)e(\tau)d\tau = 0 \qquad (3\text{-}63)$$

Tính các tích phân:

$$\int_0^\infty \dot{e}(\tau)e(\tau)d\tau = \int_{e(0)=1}^{e(\infty)=0} e\,de = \frac{e^2}{2}\Big|_1^0 = -\frac{1}{2}, \qquad (3\text{-}64)$$

$$\int_0^\infty \dot{e}(\tau)\dot{e}(\tau)d\tau = \int_{e(0)=0}^{e(\infty)=0} \dot{e}d\dot{e} = 0, \qquad (3\text{-}65)$$

$$\int_0^\infty e(\tau)\ddot{e}(\tau)d\tau = e(\tau)\dot{e}(\tau)\Big|_0^\infty - \int_0^\infty \dot{e}^2(\tau)d\tau. \qquad (3\text{-}66)$$

Dùng ký hiệu $J_1 = \int_0^\infty \dot{e}^2(\tau)d\tau$, biểu thức (3-62) có dạng:

$$-J_1 - \zeta + J = 0 \text{ vì } e(\tau)\dot{e}(\tau)\Big|_0^\infty = 0,$$

biểu thức (3-63) có dạng:

$$2\zeta J_1 - \frac{1}{2} = 0$$

Do đó, cuối cùng ta có: $J(\zeta) = \zeta + \dfrac{1}{4\zeta}$ (3-67)

và ζ^* xác định bởi: $\dfrac{dJ}{d\zeta} = 1 - \dfrac{1}{4\zeta^2} = 0$

ta có $\zeta^* = \dfrac{1}{2} = 0,5$. Kết quả tương ứng với trường hợp c ở h.1-5 (I.2.1).

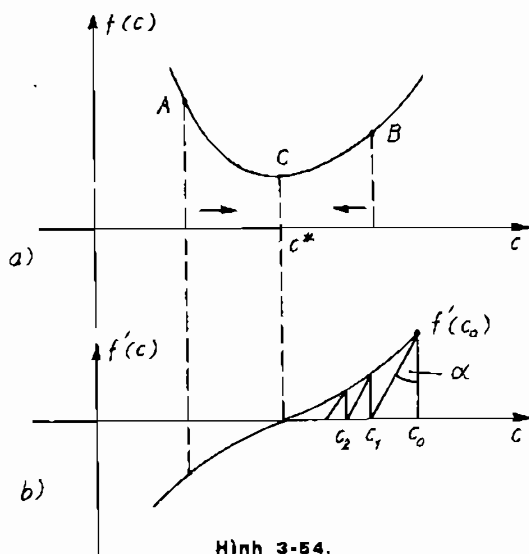
Ở bài toán thích nghi, khi lượng thông tin ban đầu là không đầy đủ mô tả (3-67) không thể có, nên dùng phương pháp angorít là phương pháp biến bài toán tĩnh nói trên thành bài toán động.

Giả sử nếu tồn tại một hàm f(c) có cực trị như ở h.1-54 cùng gradiên f'(c) của nó thì angôrít:

$$\frac{dc}{dt} = -\gamma(t)f'(c) \qquad (3\text{-}68)$$

sẽ dẫn đến trạng thái tối ưu của hệ.

Thật vậy nếu trạng thái làm việc của hệ ứng với điểm A: $f'_A(c) < 0$, $\frac{dc}{dt} > 0$ và c tăng theo thời gian, hướng về trị số c^*. Ngược lại ở điểm B: $f'_B(c) > 0$, $\frac{dc}{dt} < 0$ và c giảm để tiến đến trị số c^*.

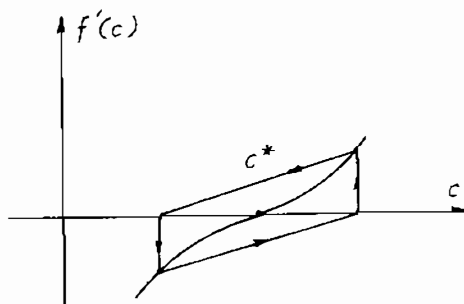


Hình 3-54.

Cuối cùng ở điểm C: $f'_C(c) = 0$, $\frac{dc}{dt} = 0$ nghĩa là $c = c^* = const$: ở điểm cực trị (cực tiểu) của f(c) chuyển động sẽ kết thúc.

Ở angôrit nói trên, dấu (-) ứng với f(c) có cực trị là cực tiểu, ngược lại, dấu (+) dùng cho trường hợp cực trị là cực đại.

Theo h.3-54b, $\gamma(t)$ xác định trị số tang α. Nếu γ có trị số bé, quá trình chuyển động đến trị số tối ưu chậm, ngược lại, γ lớn, quá trình sẽ nhanh và khi γ quá lớn sẽ có chế độ dao động như mô tả ở h.3-55.



Hình 3-55.

Điều kiện tối ưu tương ứng với $f'(c) = 0$ có thể mô tả bởi:

$$c = c - \gamma f'(c).$$

Cho c trị số ban đầu $c = c_0$ ta có trị số kế tiếp:

$$c_1 = c_0 - \gamma_1 f'(c_0) \text{ và tương tự}$$

$$c_2 = c_1 - \gamma_2 f'(c_1),$$

....

$$c_n = c_{n-1} - \gamma_n f'(c_{n-1}).$$

Nếu điều kiện tối ưu được thỏa mãn thì

$$\lim_{n\to\infty} c_n = \lim_{n\to\infty} c[n] = c^*.$$

Và angôrit tối ưu dạng gián đoạn là:

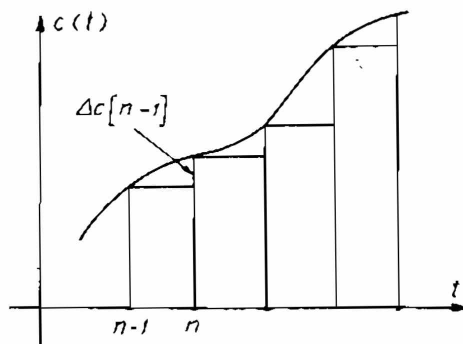
$$c[n] = c[n - 1] - \gamma[n]f'(c[n - 1]) \qquad (3\text{-}69)$$

hay dưới dạng phương trình sai phân

$$\Delta c[n - 1] = -\gamma[n]f'(c[n - 1]) \qquad (3\text{-}70)$$

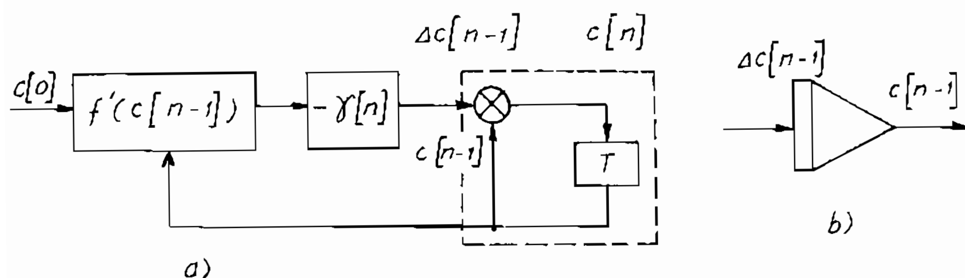
Sơ đồ khối thực hiện angôrit gián đoạn như ở h.3-57a:

Bộ tích phân gián đoạn được thực hiện bởi phần tử trễ T và cơ cấu cộng như ở h.3-57.



Hình 3-56.

Như ở h.3-54b và 55, tùy thuộc vào $\gamma[n]$ mà angôrit có thể hội tụ hay không hội tụ (khái niệm về hội tụ tương đương với khái niệm về ổn định). Do đó, các dạng khác nhau của $\gamma[n]$ hay $\gamma(t)$ tương ứng với các phương pháp khác nhau để giải phương trình dạng $f'(c) = 0$ theo phương pháp liên tiếp gần đúng.



Hình 3-57.

Ví dụ, để tìm nghiệm của $f'(c) = 0$ có thể dùng hàm:

$$f'(c(t)) = f'(c(0))e^{-t}, \qquad (3\text{-}71)$$

và $$c(\infty) = c^*$$

Lấy đạo hàm của (3-71):

$$\frac{d}{dt} f'(c(t)) = \frac{d}{dt} e^{-t} f'(c(0)),$$

$$f''(c(t)) \frac{dc(t)}{dt} = - f'(c(0))e^{-t},$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = -\frac{1}{f''(c(t))} f'(c(t)) \quad (3\text{-}72)$$

(3-72) là angôrít Newton dạng liên tục với:

$$\gamma(t) = \frac{1}{f''(c(t))}. \quad (3\text{-}73)$$

Biến dạng của angôrít Newton còn có:

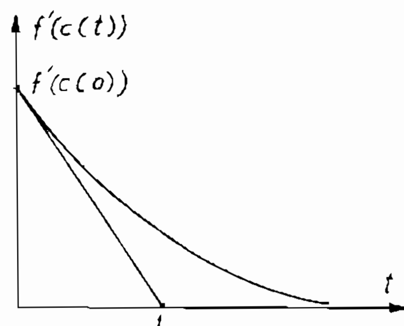
$$\frac{dc}{dt} = -\frac{1}{f''(c(0))} f'(c(t)), \quad (3\text{-}74)$$

$$\gamma(t) = \frac{1}{f''(c(0))}, \quad (3\text{-}75)$$

Để tìm nghiệm của $f(c) = 0$ còn có thể dùng hàm:

$$f'(c(t)) = f'(c(0))(1 - t), \quad (3\text{-}76)$$

và $c(1) = c^*$



Hình 3-58.

Lấy đạo hàm 2 vế của (3-76):

$$f''(c(t))\frac{dc(t)}{dt} = -f'(c(0)),$$

và $$\frac{dc(t)}{dt} = -\frac{1}{f''(c(t))} f'(c(0)) \quad (3\text{-}77)$$

Đó là angôrít liên tục với thời gian xác định hữu hạn.

Giả sử hàm mục tiêu có dạng:

$$J(c) = f(c) = (a - c)^2 \rightarrow \min \quad (3\text{-}78)$$

Ta có thể dùng angôrít Newton biến dạng (3-74) để giải.

Điều kiện tối ưu của (3-74) là:

$$f'(c) = -2(a - c) = 0, \quad (3\text{-}79)$$

$$f''(c) = 2. \quad (3\text{-}80)$$

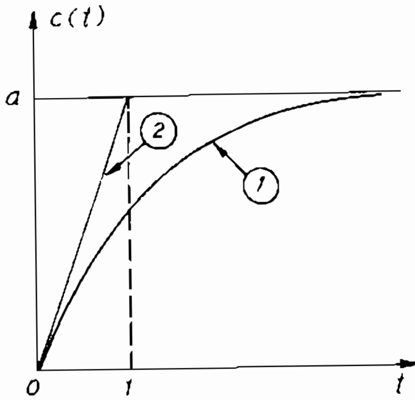
Angôrít Newton biến dạng (3-74):

$$\frac{dc(t)}{dt} = -\frac{1}{2}[-2(a - c)],$$

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = a.$$

$$c(0) = 0,$$

$$c(t) = a(1 - e^{-t}). \quad (3\text{-}81)$$



Hình 3-59.

Như đường 1 trên h.3-59. Nếu dùng angôrít (3-77) ta có:

$f'(c(0)) = -2a$ theo (3-79)

$f''(c(0)) = 2$ theo (3-80)

Do đó $\dfrac{dc(t)}{dt} = -\dfrac{1}{2}(-2a) = a$

$$c(0) = 0,$$

$$c(t) = at;\ c(1) = a \quad (3\text{-}82)$$

theo đường 2 trên h.3-59.

Trong trường hợp vectơ, chỉ tiêu chất lượng có dạng:

$$J(\mathbf{c}) = f(\mathbf{c}) = f(c_1, \ldots, c_N) \rightarrow \min \quad (3\text{-}83)$$

Thì điều khiển tối ưu là:

$$\frac{\partial f(c_1, \ldots c_N)}{\partial c_K} = \frac{\partial f(\mathbf{c})}{\partial c_K} = 0 \qquad (K = 1, 2, \ldots N)$$

hoặc dưới dạng

$$\nabla f(\mathbf{c}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{c})}{\partial c_1}, \ldots, \frac{\partial f(\mathbf{c})}{\partial c_N}\right) = f'(\mathbf{c}) = 0.$$

Đó là điều kiện cần, nếu chỉ có một cực tiểu thì là điều kiện cần và đủ.

Để xác định véctơ tối ưu $\mathbf{c}^*$ ta dùng phương pháp angôrít:

$$\Delta\mathbf{c}[n-1] = \mathbf{c}[n] - \mathbf{c}[n-1] = -\Gamma[n]\nabla_f(\mathbf{c}[n-1]),$$

hay $$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \Gamma[n]\nabla_f(\mathbf{c}[n-1]) \quad (3\text{-}84)$$

với điều kiện đầu $\mathbf{c}[0] = \mathbf{C}_0$

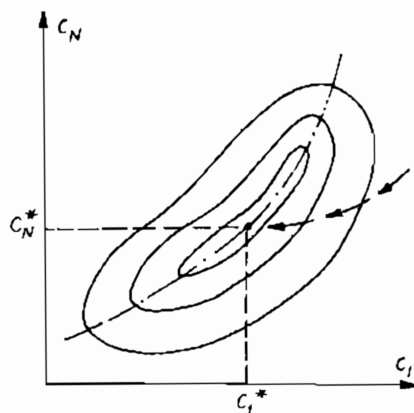
cho trường hợp gián đoạn hay,

$$\frac{d\mathbf{c}}{dt} = -\Gamma(t)\ \nabla_f(\mathbf{c}(t)), \quad (3\text{-}85)$$

với điều kiện đầu: $\mathbf{c}(0) = \mathbf{c}_0$ cho trường hợp liên tục.

Trong trường hợp chung:

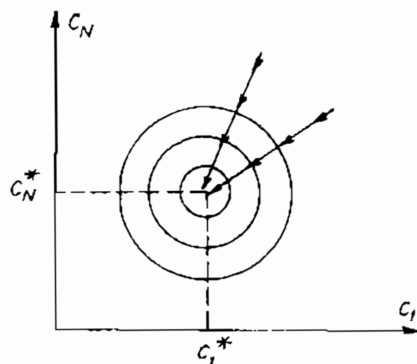
$$\Gamma = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & . & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & . & \gamma_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & . & \gamma_{Nn} \end{vmatrix} \quad (3\text{-}86)$$



Hình 3-60.

Khi đường đồng mức $J(\mathbf{c})$ = const có dạng hình khe (h.3-60) chẳng hạn, cần dùng ma trận Γ dạng toàn phần thay vì $\gamma(t)$ biến đổi tuyến tính trục tọa độ, để đường đồng mức có dạng đường cong đồng tâm như h.3-61. Ma trận Γ có thể là ma trận chéo:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \gamma_1 & 0 & . & 0 \\ 0 & \gamma_2 & . & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & . & \gamma_N \end{vmatrix} \quad (3\text{-}87)$$



Hình 3-61.

Tùy thuộc vào việc chọn tọa độ gốc mà (3-87) có thể bao gồm cả (3-86).

$$\Gamma = A\gamma.$$

Trường hợp riêng:

$$\Gamma = I\gamma = \begin{vmatrix} 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & . & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & . & 1 \end{vmatrix} \gamma. \quad (3\text{-}88)$$

Ví dụ, với N = 2, trường hợp (3-86):

Angôrít (3-84) dạng vectơ, gián đoạn

$$\begin{vmatrix} c_1[n] \\ c_2[n] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1[n-1] \\ c_2[n-1] \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \gamma_{11}[n] & \gamma_{12}[n] \\ \gamma_{21}[n] & \gamma_{22}[n] \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_1} \\ \dfrac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_2} \end{vmatrix} \quad (3\text{-}89)$$

hoặc:

$$c_1[n] = c[n-1] - \gamma_{11}[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_1} - \gamma_{12}[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1]}{\partial c_2}, \quad (3\text{-}90)$$

$$\text{và } c_2[n] = c_2[n-1] - \gamma_{21}[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial fc_1} - \gamma_{22}[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_2} \quad (3\text{-}91)$$

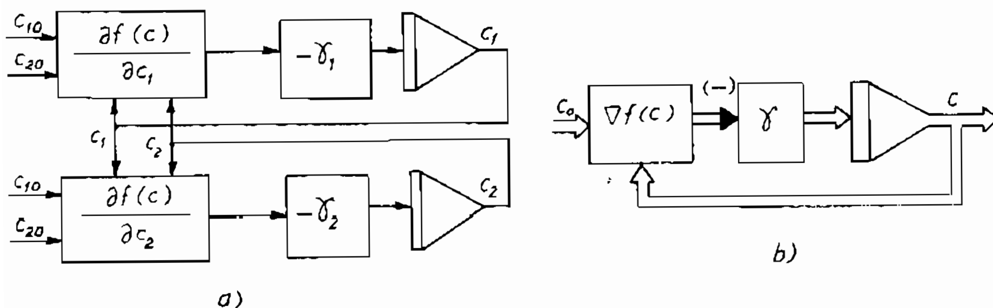
Trường hợp (3-87):

$$\begin{aligned} c_1[n] &= c_1[n-1] - \gamma_1[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_1} \\ c_2[n] &= c_2[n-1] - \gamma_2[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1]}{\partial c_2} \end{aligned} \quad (3\text{-}92)$$

và cuối cùng ứng với trường hợp (3-88):

$$\begin{aligned} c_1[n] &= c_1[n-1] - \gamma[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1])}{\partial c_1} \\ c_2[n] &= c_2[n-1] - \gamma[n]\frac{\partial f(\mathbf{c}[n-1]}{\partial c_2} \end{aligned} \quad (3\text{-}93)$$

có sơ đồ khối như ở h.3-62a. Hình 3-62b tương ứng với dạng véctơ.



Hình 3-62.

Từ những điều đã nêu trên có những vấn đề đặt ra đối với việc giải bài toán tối ưu theo phương pháp angôrít:

1. Xác định chỉ tiêu chất lượng (3-83) và điều kiện hạn chế nếu có. Đây là bước rất quan trọng, chiếm 60% khối lượng công việc [34]. Lưu ý là ở cách đặt vấn đề với bài toàn tối ưu trên, ta có hệ cô lập, angôrít không có mối liên hệ với bên ngoài (xem h.3-62), mọi thông tin đều đã biết. Ở hệ thích nghi, dạng tổng quát hơn vì nguyên tắc thích nghi là "sử dụng thông tin trong quá trình làm việc để bù đắp cho lượng thông tin ban đầu còn thiếu".

2. Bước thứ hai là xác định điều kiện tối ưu

$$\nabla f(\mathbf{c}) = \mathbf{f}'(\mathbf{c}) = 0$$

3 Xây dựng angôrít tối ưu theo:

$$\frac{d\mathbf{c}}{dt} = - \Gamma(t)\ \nabla f(\mathbf{c}(t)), \qquad (3\text{-}94)$$

$$\mathbf{c}(0) = \mathbf{c}_0.$$

cho trường hợp liên tục hay:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \Gamma[n]\ \nabla f(\mathbf{c}[n-1]), \qquad (3\text{-}95)$$

$$\mathbf{c}[0] = \mathbf{c}_0$$

cho trường hợp gián đoạn.

Sau đó, khảo sát điều kiện hội tụ cũng như xác định sơ đồ thực hiện angôrít. Dưới đây sẽ tổng kết các bước đã nêu trên đối với hệ thích nghi.

Bước 1. Xác định chỉ tiêu chất lượng hệ thích nghi

Dạng tổng quát của chỉ tiêu chất lượng như sau:

$$J(\mathbf{c}) = \int_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x},\mathbf{c})p(\mathbf{x})d\mathbf{x} = M\mathbf{x}\{Q(\mathbf{x},\mathbf{c})\}, \qquad (3\text{-}96)$$

và điều kiện hạn chế dạng:

$$g(\mathbf{c}) = M\mathbf{x}\{h(\mathbf{x},\mathbf{c})]\} \le 0 \qquad (3\text{-}97)$$

ở đây $\mathbf{x}$ - vectơ trạng thái

$\mathbf{c}$ - thông số cần xác định,

$p(\mathbf{x})$- mật độ phân bố của x,

$Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$- "phần thực hiện" của hàm mục tiêu - trong trường hợp tổng quát $Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ không thể thực hiện được bằng biểu thức toán học mà chỉ đo được.

Biểu thức (3-96) và (3-97) là dạng tổng quát vì:

- Ở trường hợp tiền định $p(x) = \delta(x)$ và ta có bài toán tiền định

$$J(\mathbf{c}) = Q(0,\mathbf{c}) \to \min_{c},$$

$$g(\mathbf{c}) = h(0,\mathbf{c}) \le 0.$$

như ở các ví dụ trước, chẳng hạn biểu thức (3-67)

- Ở trường hợp ngẫu nhiên $p(\mathbf{x})$ đã biết và

$$J(\mathbf{c}) = M\{Q(\mathbf{x},\mathbf{c})\} \to \min_{c},$$

$$g(\mathbf{c}) = M\{h(\mathbf{x},\mathbf{c})\} \le 0.$$

có thể được tính toán và J(**c**), g(**c**) được giải theo bài toán ngẫu nhiên như ở mục I.3.2

- Ở bài toán thích nghi, p(**x**) tồn tại nhưng không biết được. Chỉ tiêu chất lượng và điều kiện hạn chế không thể xác định được hoàn toàn dưới dạng các biểu thức toán học như ở hai trường hợp trên, do đó chỉ có khả năng *tối ưu hóa tiệm cận*. Do đó hệ thích nghi gắn liền với tên "hệ học". Mục tiêu của học là xác định cực tiểu của chỉ tiêu chất lượng đã được hình thành một cách không "lộ". Bằng cách quan sát **x** mà tìm thông số **c** sao cho J(**c**) = M{Q(**x**,**c**)} đạt cực tiểu. Thực ra, bằng phương pháp học có thể xác định mật độ phân bố p(**x**) rồi từ đó có bài toán ngẫu nhiên, nhưng nếu vậy, sẽ tốn nhiều thời gian để xác định luật phân bố p(**x**) mà sau đó, khi dùng phương pháp ngẫu nhiên để giải thì p(**x**) đã thay đổi rồi.

Như vậy nhiệm vụ của điều khiển thích nghi là xác định $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$ cực tiểu hóa phiếm hàm (3-96) với điều kiện hạn chế (3-97) trong khi không biết được cả J(**c**) và g(**c**) mà chỉ bằng quan sát Q(**x**,**c**) và h(**x**,**c**).

Bước 2 Xác định điều kiện tối ưu

Mục tiêu của bài toan học (hay điều khiển thích nghi) là tìm cực tiểu của phiếm hàm

$$\min_{c} J(\mathbf{c}) = \min_{c} M\{Q(\mathbf{x},\mathbf{c})\} .$$

không phải bằng phương pháp trực tiếp mà bằng quá trình học, quá trình tối ưu hóa tiệm cận.

Ở bài toán tiền định và ngẫu nhiên chỉ tiêu chất lượng tối ưu J(**c**) và điều kiện hạn chế đều có dạng rõ rệt. Nếu phiếm hàm J(**c**) có đạo hàm thì nó sẽ đạt cực trị (cực đại hay cực tiểu) với các trị số $\mathbf{c} = (c_1, c_2, ..., c_N)$ mà N đạo hàm riêng $\frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_\nu}$ $(\nu = 1, 2, ..., N)$ đồng thời bằng không hay nói cách khác gradiên của phiếm hàm:

$$\nabla J(\mathbf{c}) = \left(\frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_1}, ..., \frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_N} \right) = 0. \qquad (3\text{-}98)$$

bằng không. Điều kiện (3-98) là điều kiện cần. Việc xác định điều kiện đủ sẽ phức tạp và nhiều khi không cần thiết. Thông thường từ điều kiện bài toán có thể xác định cực trị là cực đại hay cực tiểu. Trường hợp nhiều cực trị, xác định cực trị toàn bộ là bài toán càng phức tạp (đã đề cập ở mục III. 2.3.4)

Ở bài toán thích nghi theo chỉ tiêu chất lượng (3-96) thì điều kiện tối ưu (3-98) có dạng:

$$\nabla J(\mathbf{c}) = Mx\ \{\nabla_c\ Q(\mathbf{x},\ \mathbf{c})\} = 0 \qquad (3\text{-}99)$$

mà
$$\nabla_c Q(\mathbf{x},\ \mathbf{c}) = \left(\frac{\partial Q(\mathbf{x},\mathbf{c})}{\partial c_1},\ ...,\ \frac{\partial Q(\mathbf{x},\mathbf{c})}{\partial c_N}\right). \qquad (3\text{-}100)$$

Ở (3-99) ta không biết gradiên của phiếm hàm $\nabla J(\mathbf{c})$ mà chỉ biết "thực hiện" của nó.

Bước 3. Xây dựng angôrít thích nghi

Bằng cách chọn ma trận $\Gamma(t)$ hay $\Gamma[n]$ phù hợp ta có thể sử dụng các angôrít ở hệ tối ưu để có angôrít thích nghi sau khi thay thế gradiên của phiếm hàm $\nabla J(\mathbf{c})$ bởi gradien của các "thực hiện" $\nabla_c Q(\mathbf{x},\ \mathbf{c})$.

Ví dụ, angôrít thích nghi liên tục có dạng sau từ (3-94):

$$\frac{d\mathbf{c}}{dt} = -\ \Gamma(t)\ \nabla_c Q(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{c}(t)), \qquad (3\text{-}101)$$

$$\mathbf{c}(0) = \mathbf{c}_0,$$

và angôrít gián đoạn (theo 3-84):

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \Gamma[n]\nabla_c Q(\mathbf{x}[n],\ \mathbf{c}[n-1]) \qquad (3\text{-}102)$$

$$\mathbf{c}[0] = \mathbf{c}_0$$

hoặc dưới dạng sai phân:

$$\Delta\mathbf{c}[n-1] = -\ \Gamma[n]\ \nabla_c Q(\mathbf{x}[n],\ \mathbf{c}[n-1] \qquad (3\text{-}103)$$

hay dưới dạng của tổng:

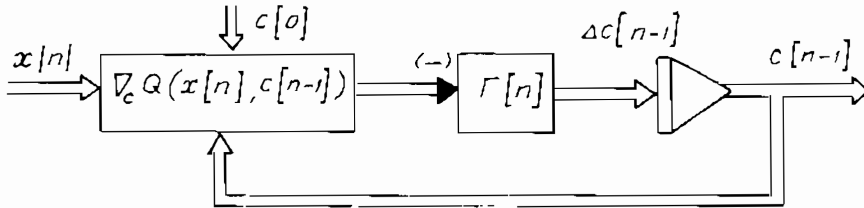
$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[0] - \sum_{m=1}^{n} \Gamma(m)\ \nabla_c\ Q(\mathbf{x}[m],\ \mathbf{c}[m-1]) \qquad (3\text{-}104)$$

Lưu ý là trong trường hợp của hệ thích nghi khi $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$:

$$\nabla_c\ Q(\mathbf{x},\mathbf{c}^*) \neq 0. \qquad (3\text{-}105)$$

Do đặc điểm này mà cần có các điều kiện nhất định đối với $\Gamma[n]$ sẽ nói đến sau. Sơ đồ khối để thực hiện angôrít (3-102) như ở hình 3-63. So sánh với h.3-62b, sự khác nhau là ở chỗ trong trường hợp sau, để xác định gradiên của các thực hiện $\nabla_c\ Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ cần có thông tin trong quá trình làm việc bù cho lượng thông tin ban đầu còn thiếu. Lượng thông tin ấy từ trạng thái $\mathbf{x}$ của hệ thống.

So sánh (3-101) với (3-40), (3-47) ta thấy (3-101) là dạng tổng quát. Trong trường hợp cụ thể Γ(t) ở (3-40) hay (3-47) là những trị số hằng: γ, η và vectơ thông số $\mathbf{c} \equiv \alpha$ trong trường hợp đầu và $\mathbf{c} \equiv \lambda$ ở trường hợp sau.



Hình 3-63.

Ở hệ cực trị có tín hiệu tìm, ta có thể mô tả gradiên của phiếm hàm chất lượng dưới dạng:

$$\tilde{\nabla}_{c\pm} Q(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a) = \frac{Q_+(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a) - Q_-(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a)}{2a} \quad (3.106)$$

mà

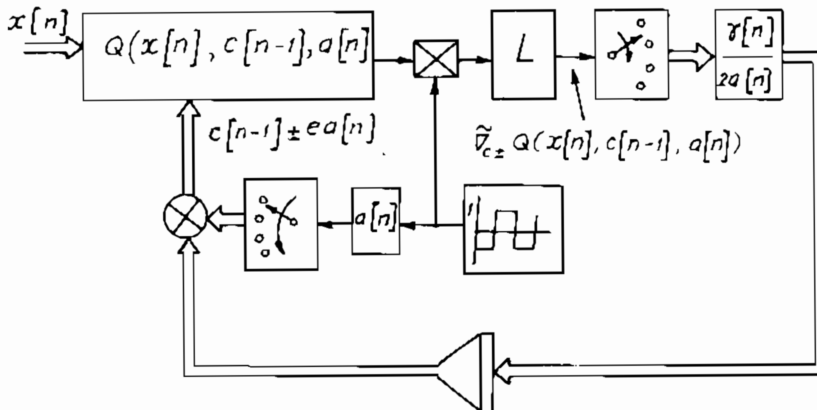
$$Q_+(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a) = (Q(\mathbf{x}, \mathbf{c} + a\mathbf{e}_1), ..., Q(\mathbf{x}, \mathbf{c} + a\mathbf{e}_N))$$
$$Q_-(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a) = (Q(\mathbf{x}, \mathbf{c} - a\mathbf{e}_1), ..., Q(\mathbf{x}, \mathbf{c} - a\mathbf{e}_N)) \quad (3\text{-}107)$$

e_ν là vectơ gốc. Trong trường hợp giản đơn:

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, ..., 0); \mathbf{e}_2 = (0, 1, ..., 0); ...; \mathbf{e}_N = (0, 0, ..., 1) \quad (3\text{-}108)$$

Ứng với angôrít gián đoạn (3-102) angôrít của hệ có tín hiệu tìm có dạng:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma[n] \tilde{\nabla}_{c\pm} Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1], a[n]) \quad (3\text{-}109)$$



Hình 3-64.

Ước lượng xấp xỉ (3-106) trong trường hợp này được thực hiện bằng cơ cấu tách sóng đồng bộ. Như đã nêu ở mục III.2.2, phần III tín hiệu tìm có thể có dạng bất kỳ, ở đây, dạng sóng chữ nhật để dễ mô tả và quan sát. Sơ đồ hệ cực trị có tín hiệu tìm đã nghiên cứu được mô tả tổng quát như ở h.3-64.

Ở phương pháp tách sóng đồng bộ, đầu ra của bộ lọc, có $\overline{\nabla}_{c\pm}\ Q(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a)$. Ở trường hợp này bộ chuyển đổi lần lượt tạo nên các biến $\mathbf{c} \pm a\mathbf{e}_k$ và thành phần $\nabla_{c\pm}\ Q(\mathbf{x}, \mathbf{c}, a)$.

III.4.2. ĐIỀU KIỆN HỘI TỤ CỦA ANGÔRÍT THÍCH NGHI

Khái niệm về hội tụ có:

1. Hội tụ theo luật phân bố còn gọi là hội tụ Bernoulli:

$\mathbf{c}[n] \to \mathbf{c}^*$ nếu mật độ phân bố c[n] tiến đến mật độ phân bố của c^* (với cùng trị số trung bình).

2. Hội tụ theo xác suất:

$c[n] \to c^*$ nếu

$$\lim_{n\to\infty} P\ \{\ |\mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^*\ | > \varepsilon\ \} = 0 \qquad (3\text{-}110)$$

3. Hội tụ với xác suất bằng một:

$c[n] \to c^*$ nếu:

$$P\ \{|\ \lim_{n\to\infty} \mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^*|\ =\ 0\ \}\ =\ 1. \qquad (3\text{-}111)$$

4. Hội tụ quân phương:

$\mathbf{c}[n] \to \mathbf{c}^*$ nếu:

$$\lim_{n\to\infty} M\ \{\ |\ \mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^*\ |^2\ \}\ =\ 0. \qquad (3\text{-}112)$$

Hội tụ quân phương liên quan với việc tính mômen bậc hai, giản đơn, và mang ý nghĩa về năng lượng. Do đó tương đối phổ biến.

Vì c[n] là véctơ ngẫu nhiên nên hội tụ của c[n] đến $\mathbf{c}^*$ cũng là quá trình ngẫu nhiên. Hội tụ của angôrít thích nghi tương đương với tính ổn định của hệ được mô tả bằng các phương trình sai phân ngẫu nhiên hay phương trình vi phân.

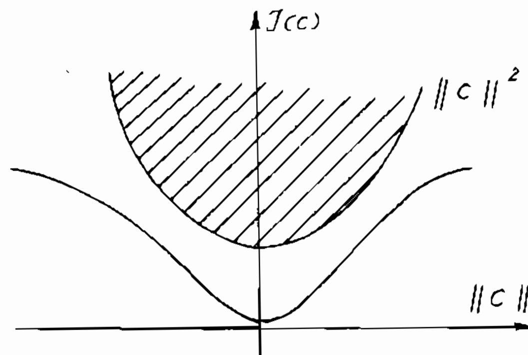
Để angôrít thích nghi (3-102):

$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n - 1] - \Gamma[n]\ \nabla_a Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n - 1])$ hội tụ quân phương hay xác suất bằng một thì điều kiện đủ là:

1- Khi chuẩn của vectơ $||\mathbf{c}||$ tăng thì

$J(\mathbf{c}) = M\{Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})\}$ tăng không nhanh hơn hàm parabôn.

Theo đồ thị trên h.3-65 điều kiện 1 là điều kiện mà J(c) không rơi vào vùng gạch sọc ứng với grad J(c) không quá lớn.



Hình 3-65.

2- Các phần tử của ma trận chéo Γ[n] thỏa mãn các điều kiện Robbins - Monro. Trường hợp angôrít gián đoạn:

a) $\gamma_\nu[n] > 0,$ (3-113)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_\nu[n] = \infty$ (3-114)

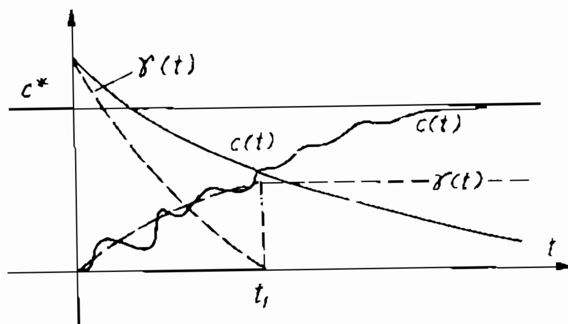
c) $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_\nu^2[n] < \infty; \quad \nu = 1, 2, ..., N$ (3-115)

Trường hợp angôrít liên tục:

a) $\gamma_\nu(t) > 0,$ (3-116)

b) $\int_0^\infty \gamma(t)dt = \infty,$ (3-117)

c) $\int_0^\infty \gamma^2(t)dt < \infty.$ (3-118)



Hình 3-66.

Điều kiện a) cho cả 2 trường hợp là điều kiện để phản hồi là âm khi cực trị là cực tiểu (nếu cực trị là cực đại thì dấu ở vế phải của angôrít liên tục hay angôrít gián đoạn dạng sai phân là dương). Điều kiện b) bảo đảm quá trình xác định thông số tối ưu không

kết thúc quá sớm như ở đường đứt nét ở h.3-66.

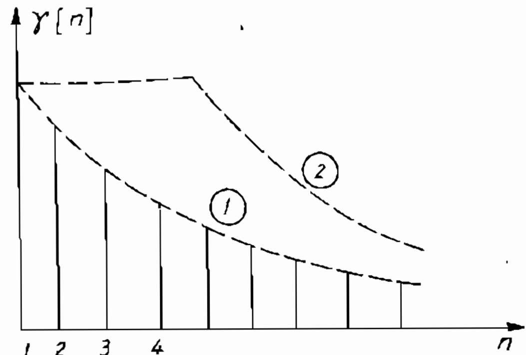
Điều kiện c) tương ứng với $\gamma(t)$ giảm dần theo thời gian - $\gamma(t)$ tương đương với hệ số khuếch đại trong mạch thích nghi, hệ số khuếch đại lớn, còn có hậu quả là sẽ khuếch đại ảnh hưởng của nhiễu. Do đó $\gamma(t)$ giảm dần theo thời gian với mục đích giảm ảnh hưởng của nhiễu như ở h.3-66 (đường liền nét).

Để c[n] tiến đến c^* với xác suất bằng 1 thì điều kiện cần là:

$$\lim_{n \to \infty} \gamma[n] \, \nabla_c Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1]) = 0 \tag{3-119}$$

Vì quá trình là ngẫu nhiên nên $\nabla_c Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}^*) \neq 0$ do đó $\gamma[n]$ tiến đến không khi n tăng nhưng không quá nhanh như yêu cầu b đã đặt ra.

Điều kiện γ = const như ở (3-40), (3-47) chỉ áp dụng trong trường hợp hệ không có nhiễu. Thỏa mãn điều kiện Robbins - Monro là: $\gamma[n] = \frac{1}{n}$ trong trường hợp gián đoạn như ở h.3-67, đường 1. Tốt nhất là đường 2, chỉ giảm ở giai đoạn sau nhằm tăng tốc độ biến đổi của c(t) ở thời gian đầu lúc còn xa thông số tối ưu c^*.



Hình 3-67.

Angôrit tối ưu

Vấn đề đặt ra là, liệu với điều kiện Robbins - Monro, có thể chọn các phần tử $\gamma_\mu[n]$ hay $\gamma_\mu(t)$ sao cho angôrít trở nên tối ưu không?

Bây giờ dùng chất lượng là trị số trung bình của chênh lệch véctơ **c**[n] hay **c**(t) so với véctơ tối ưu $\mathbf{c}^*$ chưa biết.

$$V^2[n] = M\left\{\frac{1}{2}(\mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^*)^2\right\} \to \min \tag{3-120}$$

cho trường hợp gián đoạn và

$$V^2(t) = M\left\{\frac{1}{2}(\mathbf{c}(t) - \mathbf{c}^*)^2\right\} \to \min \tag{3-121}$$

cho trường hợp liên tục. V^2 là phương sai - độ tản của ước lượng.

Ta dùng ký hiệu:

$$\mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^* = \eta[n], \tag{3-122}$$

$$\mathbf{x}[n] - \mathbf{c}^* = \zeta[n] - \text{nhiễu} \tag{3-123}$$

với điều kiện của nhiễu: $M\{\zeta[n]\} = 0.$ (3-124)

thì $\mathbf{c}^* = M\{\mathbf{x}[n]\}.$ (3-125)

Do đó angôrít thích nghi với chất lượng V^2 cực tiểu là:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma[n](\mathbf{c}[n-1] - \mathbf{x}[n]) \tag{3-126}$$

Thêm c^* vào hai vế của biểu thức trên:

$$\mathbf{c}[n] - \mathbf{c}^* = \mathbf{c}[n-1] - \mathbf{c}^* - \gamma[n](\mathbf{c}[n-1] - \mathbf{c}^* - (\mathbf{x}[n] - \mathbf{c}^*)) \tag{3-127}$$

Theo (3-122) ta có:

$$\begin{aligned}\eta[n] &= \eta[n-1] - \gamma[n](\eta[n-1] - \zeta[n]) \\ &= (1 - \gamma[n])\eta[n-1] + \gamma[n]\,\zeta[n]\end{aligned} \tag{3-128}$$

Nhiễu ζ có trị số trung bình bằng không theo (3-124) và phương sai:

$$M\{\zeta^2[n]\} = \sigma^2. \tag{3-129}$$

Vì ζ và η không tương quan nhau, nên:

$M\{\eta[n-1]\zeta[n]\} = 0$ và từ (3-128) ta có:

$$V^2[n] = (1 - \gamma[n])^2)V^2[n-1] + \gamma^2[n]\sigma^2 \tag{3-130}$$

Từ điều kiện $\dfrac{dV^2[n]}{d\gamma} = -(1 - \gamma[n])\,V^2[n-1] + \gamma[n]\sigma^2 = 0$ (3-131)

ta có: $$\gamma^*[n] = \frac{V^2[n-1]}{V^2[n-1] + \sigma^2} \tag{3-132}$$

Thay thế trị số tối ưu từ (3-132) vào (3-130):

$$V^2[n] = \left[\frac{\sigma^2}{V^2[n-1] + \sigma^2}\right]^2 V^2[n-1] + \left[\frac{V^2[n-1]}{V^2[n-1] + \sigma^2}\right]^2 \sigma^2$$

$$= \frac{\sigma^4\,V^2[n-1] + V^4[n-1]\sigma^2}{(V^2[n-1] + \sigma^2)^2} \tag{3-133}$$

Từ đó rút ra: $$V^{2*}[n] = \frac{\sigma^2 V^2[n-1]}{V^2[n-1] + \sigma^2} = \gamma^*[n]\sigma^2 \tag{3-134}$$

Từ (3-134), sau khi chia cho $V^2[n-1]$ ở tử số và mẫu số cuối cùng ta có:

$$\gamma^*[n] = \frac{1}{1 + \dfrac{\sigma^2}{V^2[n-1]}} \tag{3-135}$$

Theo (3-134): $$\frac{\sigma^2}{V^{2*}[n]} = \frac{1}{\gamma^*[n]} = 1 + \frac{\sigma^2}{V^2[n-1]} . \qquad (3\text{-}136)$$

Từ (3-136) ta có thể suy ra các biểu thức tương tự:

$$\frac{\sigma^2}{V^2[n]} = 1 + \frac{\sigma^2}{V^2[n-1]} ,$$

$$\frac{\sigma^2}{V^2[n-1]} = 1 + \frac{\sigma^2}{V^2[n-2]} ,$$

$$\frac{\sigma^2}{V^2[n-2]} = 1 + \frac{\sigma^2}{V^2[n-3]}$$

. . . .

$$\frac{\sigma^2}{V^2[1]} = 1 + \frac{\sigma^2}{V^2[0]} .$$

Bằng cách thay thế biểu thức dưới vào biểu thức trên kế cận, ta có:

$$\frac{\sigma^2}{V^2[n]} = n + \frac{\sigma^2}{V^2[0]} .$$

Từ (3-134):

$$\gamma^*[n] = \frac{V^{*2}[n]}{\sigma^2} = \frac{1}{n + \frac{\sigma^2}{V^2[0]}} . \qquad (3\text{-}137)$$

Như vậy, ta đã chứng minh, tồn tại trị số tối ưu của γ^*(3-132), tương ứng với chất lượng tối ưu V^{2*}(2-134) cũng như mối liên hệ của γ^* và cường độ của nhiễu σ.

Nếu không có điều kiện ban đầu về bình phương của sai lệch, ta có thể lấy trị số $V^2[0] = \infty$ lúc bấy giờ $\gamma^*[n] = \frac{1}{n}$ và $V^2[n] = \frac{\sigma^2}{n}$ như đã nói trên và ở h.3-67. Angôrít (3-126) trên sẽ có dạng:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \frac{1}{n}(\mathbf{c}[n-1] - \mathbf{x}[n]). \qquad (3\text{-}138)$$

III.4.3. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỔNG QUÁT ĐỂ KHẢO SÁT MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC NHAU THƯỜNG GẶP

Như trên đã nêu, phương pháp tổng quát [34, 35] đã bao gồm được nhiều bài toán thích nghi khác nhau theo một quan điểm thống nhất, dễ hiểu và đã được đánh giá cao [21]. Điều đó cũng đã thấy rõ trong những ví dụ nêu ở phần này. Những ví dụ có nhiều, dưới đây chỉ nêu một số bài toán khác nhau thường gặp.

III.4.3.1. Hệ học có chỉ dẫn

1. Đặt vấn đề

Bài toán nhận thức là bài toán chung hình thành trên cơ sở các bài toán riêng như nhận biết về hình dạng (số, chữ, các hình ảnh giản đơn) về âm thanh (tiếng nói, tiếng ồn) chẩn đoán bệnh tật và hỏng hóc. Nhận biết có thể xảy ra bằng hai phương thức: học có thầy dạy mà biết và tự học mà biết. Mục này đề cập đến phương thức thứ nhất nên có tên hệ học có chỉ dẫn.

Nhận biết là bước đầu tiên và quan trọng của xử lý thông tin nhờ vào các giác quan của con người và thiết bị. Đầu tiên con người nhận biết về đồ vật, sau đó, quan hệ giữa các đồ vật, cũng như giữa chúng và con người, tức là nhận biết về hoàn cảnh. Cuối cùng con người nhận biết về sự biến đổi của các hoàn cảnh, tức là nhận biết về hiện tượng. Điều đó cho phép con người khám phá ra các quy luật; và dự báo trước những hiện tượng sẽ xảy đến, cùng quy luật của chúng.

Ta không đề cập vấn đề so sánh khả năng tư duy của người và máy, (như ở lĩnh vực chơi cờ, so sánh "Deep Blue" và Kasparov) không phải vì còn là vấn đề đang bàn cãi mà là vì cách đặt vấn đề như thế là không hợp quy luật. Máy móc làm tăng khả năng vật lý và sau đó là khả năng về trí tuê, trong trường hợp ngược lại thì máy móc đã không được chế tạo nên!.

Ở mục này sẽ đề cập đến vấn đề nhận biết và phương pháp thích nghi để giải quyết vấn đề này có hiệu quả. Đồng thời nhiều angôrít học nhận biết khác nhau được xây dựng theo trực quan hay suy đoán, được chứng minh là trường hợp cá biệt của angôrít thích nghi này.

Nhiệm vụ cơ bản của bài toán nhận biết là chỉ ra đối tượng đang được xét đến thuộc lớp nào, mà nói chung là các lớp ấy cũng chưa xác định trước. Đặc trưng của một lớp, một loại nào đó của đối tượng là cái gì chung nhất, giống nhau nhất - đó là *hình ảnh*. Để giải quyết bài toán nhận biết, trước

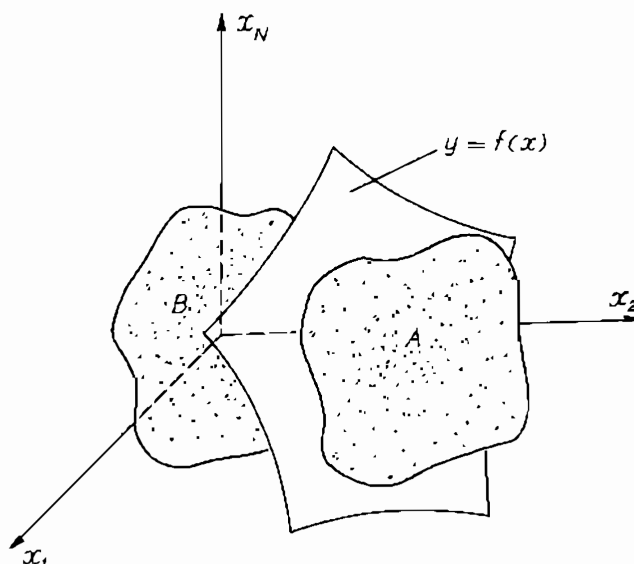
tiên phải dạy bằng cách đưa ra những hình ảnh thuộc lớp này hay lớp khác đã biết.

Mục đích đặt ra không phải là so sánh những dấu hiệu của đối tượng với dấu hiệu của lớp này hay lớp khác đã biết trước như ở các máy đọc chữ chuẩn, các thiết bị kiểm tra và phân loại sản phẩm mà chỉ khảo sát trường hợp, khi mà đặc điểm chung của các đối tượng thuộc lớp này hay lớp khác là không thể xác định được, mặc dầu nó vẫn tồn tại một cách khách quan.

2. Angôrit học có chỉ dẫn

Ta dùng khái niệm hình học sau:

Mỗi đối tượng cùng với đạc tính của nó được thể hiện bằng một điểm trong không gian nhiều chiều như ở h.3-68. Hiển nhiên là những đối tượng giống nhau tương ứng với các điểm gần nhau và các lớp sẽ phân biệt dễ dàng nếu các điểm dồn lại theo từng vùng riêng rẽ.



Hình 3-68.

Bài toán học nhận dạng hình ảnh là bài toán xây dựng mặt phân cách, chia không gian nhiều chiều ra từng vùng, tương ứng với từng lớp khác nhau sao cho sai lệch theo một nghĩa nào đó là nhỏ nhất.

Việc xây dựng mặt phân cách được thực hiện bằng cách đưa ra một số hình ảnh của các đối tượng thuộc về các lớp ấy. Việc nhận biết được đánh giá sau quá trình học bằng cách đưa ra một đối tượng mới không biết thuộc lớp nào, thì kết quả sẽ được thể hiện. Hai bước ấy là hai bước "học" và "làm" của hệ học có chỉ dẫn. Mặt phân cách được mô tả bởi:

$$y = f(\mathbf{x}), \tag{3-139}$$

x - là véctơ đặc trưng cho hình ảnh,

y - là đại lượng xác định lớp đối với các hình ảnh đã đưa ra.

Có thể đặt điều kiện cho mặt phân cách mang tính chất như sau:

$$\operatorname{sign} f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 \text{ nếu } \mathbf{x} \in A \\ -1 \text{ nếu } \mathbf{x} \in B \end{cases} \quad (3\text{-}140)$$

Mặt phân cách $y = f(\mathbf{x})$ nói trên là mặt phân cách lý tưởng, hay nói cách khác, ở bài toán học có chỉ dẫn, thì đó là "chỉ dẫn của thầy giáo". Bằng phương pháp ngoại suy hay bằng phương pháp xấp xỉ, có thể xây dựng mặt phân cách:

$$\hat{y} = \hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) \quad (3\text{-}141)$$

Bằng phương pháp thích nghi, vectơ thông số c sẽ tự chỉnh định sao cho mặt phân cách xấp xỉ (3-141) sẽ tiến đến mặt phân cách (3-139) theo một chỉ tiêu đánh giá sai lệch nào đó, đó là một hàm lồi ví dụ. $F(y; \hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}))$. Bài toán mang tính chất ngẫu nhiên nên chỉ tiêu chất lượng là:

$$J(\mathbf{c}) = M\{F(y); \hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}))\} \quad (3\text{-}142)$$

Xấp xỉ tốt nhất tương ứng với vectơ $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$ và phiếm hàm $J(c)$ có cực tiểu. Trong nhiều trường hợp (3-142) có dạng cụ thể hơn:

$$J(\mathbf{c}) = M\{F(y - \hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}))\} \quad (3\text{-}143)$$

Vì mật độ phân bố của $p(\mathbf{x})$ chưa biết nên để xác định $\mathbf{x}^*$ chỉ có thể dùng các thực hiện riêng lẻ từ việc đưa ra các hình ảnh của đối tượng trong bước "học".

Hàm xấp xỉ có thể được chọn dưới dạng một tổng hữu hạn:

$$\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{c}) = \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu \varphi_\nu(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T\varphi(\mathbf{x}) \quad (3\text{-}144)$$

mà $\mathbf{c}$ - vectơ thông số, $\varphi(\mathbf{x})$- vectơ các hàm độc lập tuyến tính.

Như vậy bước thứ nhất - xác định chỉ tiêu chất lượng (3-96) đã được thực hiện.

$$J(\mathbf{c}) = M\{F(y - \mathbf{c}^T\varphi(\mathbf{x}))\}, \quad (3\text{-}145)$$

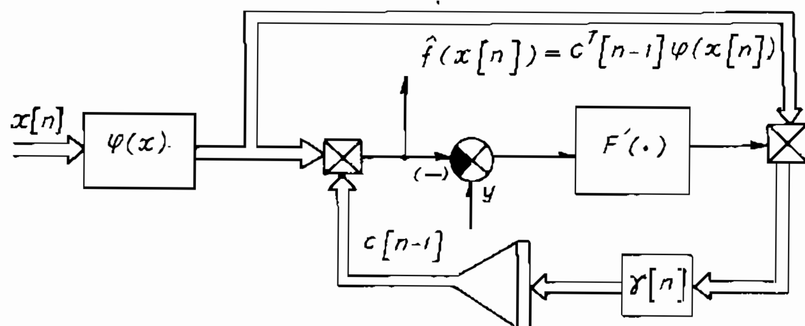
Vì phiếm hàm (3-145) không thực hiện được bằng phương pháp giải tích, do đó cực tiểu của $J(\mathbf{c})$ sẽ được thực hiện bằng cách đo các gradiên của "thực hiện" theo điều kiện tối ưu ở bước hai (3-99):

$$\nabla_c J(\mathbf{c}) = -M\{F'(y - \mathbf{c}^T\varphi(\mathbf{x}))\varphi(\mathbf{x})\} = 0 \quad (3\text{-}146)$$

Và bước 3- xây dựng angôrit thích nghi trên cơ sở sử dụng điều kiện tối ưu (3-146) - phần bên trong của dấu kỳ vọng toán. Theo (3-102) ta có:

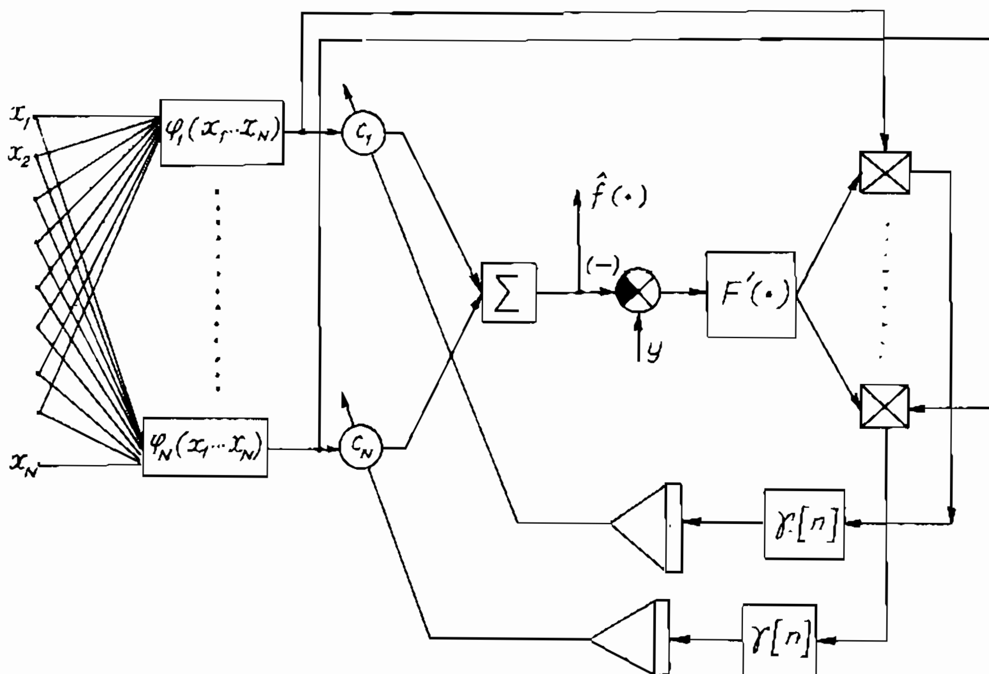
$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] + \gamma[n] + F'(y[n] - \mathbf{c}^T[n-1]\varphi(\mathbf{x}[n]))\varphi(\mathbf{x}[n]) \quad (3\text{-}147)$$

Đó là angôrít học. Angôrít (3-147) sẽ xác định vectơ tối ưu $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$ và mặt phân cách tối ưu $\mathbf{f}^*(\mathbf{x}, \mathbf{c}^*)$ khi $n \to \infty$.



Hình 3-69.

Tùy cách chọn chỉ tiêu chất lượng khác nhau, cách chọn hàm xấp xỉ khác nhau, cách chọn ma trận Γ[n] nói chung khác nhau mà có các biến dạng khác nhau của (3-147) khi không dùng tín hiệu tìm cũng như có tín hiệu tìm. Ở h.3-69 có sơ đồ thực hiện angôrít (3-147).



Hình 3-70.

Quá trình học là quá trình dưa theo hình ảnh của đối tượng ở đầu vào x[n] mà "thầy giáo" có quyết định:

$$\text{sign } y = \begin{cases} 1 \text{ khi } \mathbf{x} \in A \\ -1 \text{ khi } \mathbf{x} \in B \end{cases}$$

đồng thời cũng là quá trình hình thành mặt phân cách tối ưu $\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{c}^*)$. Khi quá trình học kết thúc, với hình ảnh của các đối tượng ở đầu vào, ta có đáp án theo sign $f(\mathbf{x},\mathbf{c}^*)$.

Sơ đồ khai triển của (3-147) như ở h.3-70.

F'(.) là khối thực hiện lấy đạo hàm,

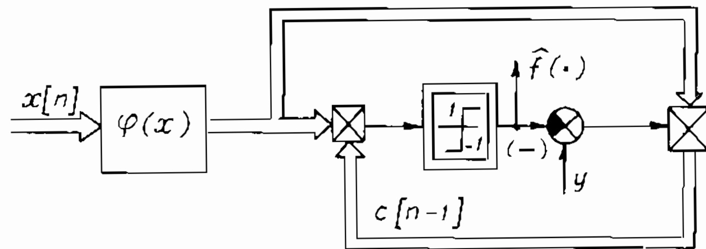
Ví dụ: $J(c) = M\{e^2\}$,

thì $F'(.) = M\{2e\}$ được thực hiện bằng hệ số khuếch đại K = 2.

nếu: $J(c) = M\{|e|\}$,

thì: $F'(.) = M\{\text{sign } e\}$ được thực hiện bằng rơle 2 vị trí.

Các phần tử khác là các bộ biến đổi hàm $\varphi(\mathbf{x})$, khuếch đại có hệ số biến đổi c_ν, bộ nhân, các bộ tích phân gián đoạn.



Hình 3-71.

Angôrít (3-147) và sơ đồ thực hiện (h.3-69), tương ứng với PERCEPTRON [1, 34]. Angôrít nguyên thủy *PERCEPTRON của ROSENBLATT* có dạng sau:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] + \gamma[n](y[n] - \text{sign } \mathbf{c}[n-1]\varphi(\mathbf{x}[n]))\varphi(\mathbf{x}[n]) \qquad (3\text{-}148)$$

tương ứng với sơ đồ khối như ở h.3-71.

Máy học ADALIN (phần tử thích nghi tuyến tính) là phương án tối giản của perceptron. Ở đầu vào của Adalin là véctơ:

$$\mathbf{x}[n] = (1, x_1[n], \ldots, x_N[n], \qquad (3\text{-}149)$$

mà chúng sẽ xác định mọi hoàn cảnh có thể với n = 1, 2, ..., 2^N. Các hoàn cảnh này chia làm 2 lớp tương ứng với: $y = \pm 1$.

Nếu chọn hàm xấp xỉ dạng:

$$\varphi_0(\mathbf{x}) = 1,$$

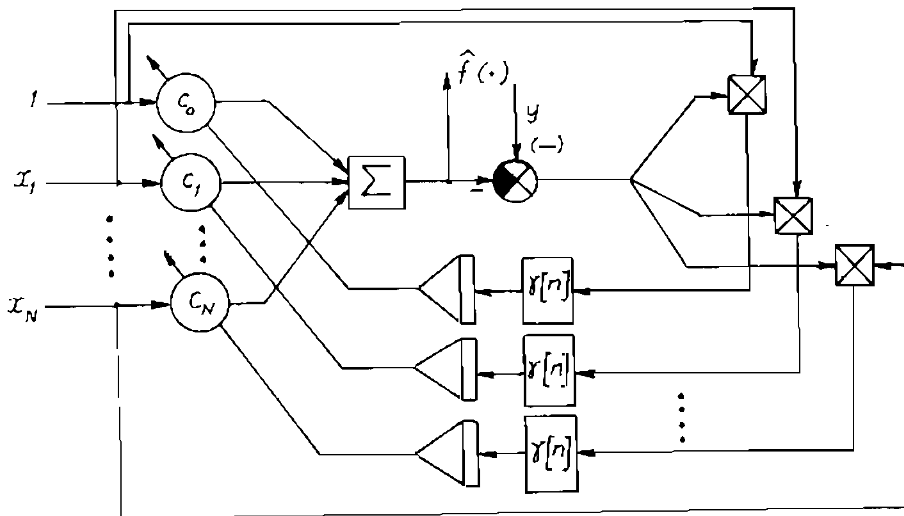
$$\varphi_\nu(\mathbf{x}) = x_\nu; \qquad \nu = 1, 2, \ldots N.$$

thì các bộ biến đổi hàm nhiều biến không cần nữa. Nếu dùng phiếm hàm dạng bình phương thì rơle 2 vị trí như ở h.3-71 cũng không cần nữa và angôrít Adalin như sau:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma[n](y[n] - \mathbf{c}^T[n-1]\mathbf{x}[n])\mathbf{x}[n]. \qquad (3\text{-}150)$$

Sơ đồ thực hiện angôrít Adalin như ở h.3-72. Thông thường $\gamma[n]$ được chọn là một hằng $\gamma[n] = \dfrac{\gamma_0}{N+1}$

Các dạng khác nhau của angôrít học có thể xem ở bảng 4-1 và 4-2 [34].



Hình 3-72.

III.4.3.2. Hệ tự học

1. Đặt vấn đề

Tự học là học không có chỉ dẫn từ ngoài về đáp ứng của hệ thống là đúng hay không đúng khi có hình ảnh đưa vào. Thoạt tiên, dễ nghĩ ngay là điều ấy không thể có được vì hình ảnh cần phân loại có bao nhiêu là dấu hiệu khác nhau, còn hệ thống thì không thể quan tâm dấu hiệu nào, loại bỏ những dấu hiệu nào. Liệu hệ thống có thể đoán được sự phân loại mà người thiết kế nghĩ ra chăng? Mặt khác liệu sự phân loại của hệ có làm cho con người thỏa mãn không?

Thực ra khi nghiên cứu kỹ bài toán ta thấy rằng người thiết kế ngay từ

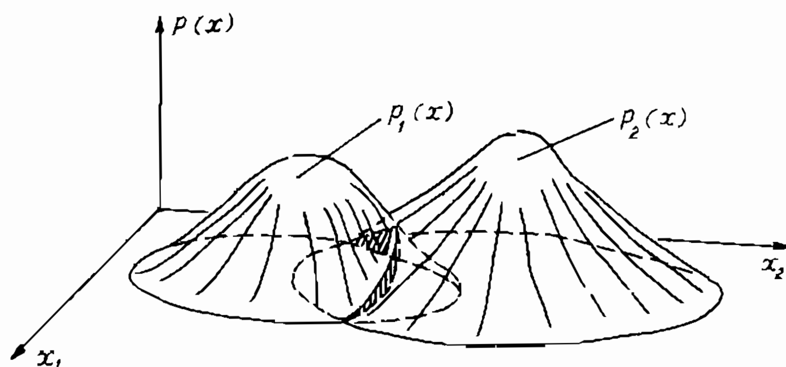
đầu đã giải quyết nhiều vấn đề cho hệ thống rồi. Dấu hiệu để phân loại trước hết là được xác định từ việc chọn các cảm biến. Nếu cảm biến là những phần tử quang điện thì dấu hiệu để phân loại là hình ảnh, kích thước chứ không phải là mật độ hay trọng lượng của vật. Vậy thì trên cơ sở nào xây dựng hệ tự học?

Giả thiết rằng tập hợp những hình ảnh X bao gồm những tập hợp con X_k tréo nhau tương ứng với những lớp khác nhau đặc trưng bởi vectơ **x**. Dùng p_k để chỉ xác suất xuất hiện hình ảnh x từ tập con X_k và $p_k(x) = p(\mathbf{x}/k)$ - mật độ phân bố xác suất có điều kiện của vectơ **x** bên trong lớp k tương ứng. Mật độ phân bố xác suất có điều kiện $p_k(x)$ có cực đại ở "tâm" của lớp k thuộc tập con X_k như ở h.3-73.

Mật độ phân bố xác suất hỗn hợp:

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{M} P_k p_k(\mathbf{x}) \tag{3-151}$$

chứa đựng toàn bộ lượng thông tin về các tập con. Bài toán tự học thường dẫn đến bài toán phục hồi mật độ phân bố xác suất hỗn hợp và xác định các "tâm", theo đó xác định biên giới của các lớp. Trường hợp thuận lợi là biên giới có dạng các mặt trũng. Bài toán sẽ đơn giản hơn nếu có trước những thông tin ban đầu như hình dạng của mật độ phân bố có điều kiện (như phân bố chuẩn chẳng hạn) và chúng khác nhau ở các trị số trung bình. Với điều kiện này có rất nhiều phương pháp phân loại không cần đến chỉ dẫn từ ngoài vào.



Hình 3-73.

Mật độ phân bố hỗn hợp được xác định bởi (với k =2):

$$p(\mathbf{x}) = P_1 p_1(\mathbf{x}) + P_2 p_2(\mathbf{x}) \tag{3-152}$$

và mặt phân cách tương ứng với:

$$f(\mathbf{x}) = P_1 p_1(\mathbf{x}) - P_2 p_2(\mathbf{x}) \tag{3-153}$$

$$\text{vì } f(\mathbf{x}) \begin{cases} > 0 & \mathbf{x} \in A_1 \\ < 0 & \mathbf{x} \in A_2 \end{cases}$$

Mật độ phân bố xấp xỉ được xác định bởi:

$$\hat{p}(\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b}) = \mathbf{a}^T\varphi(\mathbf{x}) + \mathbf{b}^T\psi(\mathbf{x}), \tag{3-154}$$

ở đây **a**, **b** là các vectơ thông số, $\varphi(\mathbf{x})$ và $\psi(\mathbf{x})$ là các hàm trực giao. Như vậy mặt phân cách xấp xỉ cũng có được từ điều kiện:

$$\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b}) = \mathbf{a},\mathbf{b}^T\varphi(\mathbf{x}) - \mathbf{a},\mathbf{b}^T\psi(\mathbf{x}) \tag{3-155}$$

Các vectơ **a** và **b** cần xác định sao cho $\hat{p}(\mathbf{x})$ tiến dần đến $p(\mathbf{x})$.

2. Angôrít tự học

Từ cách đặt vấn đề trên, chỉ tiêu chất lượng được xác định bởi:

$$J(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \int_X [p(\mathbf{x}) - \hat{p}(\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b})]^2 d\mathbf{x} \rightarrow \min_{a,b} \tag{3-156}$$

Khi $\mathbf{a} = \mathbf{a}^*$, $\mathbf{b} = \mathbf{b}^*$ thì phiếm hàm trên là cực tiểu.

Điều kiện tối ưu theo (3-99) là:

$$\nabla a\, J(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 0$$

$$\nabla b\, J(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 0$$

Cụ thể, theo (3-156) và (3-154) ta có:

$$\begin{aligned} \nabla_a J(\mathbf{a},\mathbf{b}) &= -2\int_X \varphi(\mathbf{x})\, [p(\mathbf{x}) - \varphi^T(\mathbf{x})a - \psi^T(\mathbf{x})b]d\mathbf{x} = 0 \\ \nabla_b J(\mathbf{a},\mathbf{b}) &= -2\int_X \psi(\mathbf{x})\, [p(\mathbf{x}) - \varphi^T(\mathbf{x})a - \psi^T(\mathbf{x})b]d\mathbf{x} = 0 \end{aligned} \tag{3-157}$$

hoặc:

$$\begin{aligned} -M\{\varphi(\mathbf{x})\} + [\int_X \varphi(\mathbf{x})\, \varphi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x}]\mathbf{a} + [\int_X \varphi(\mathbf{x})\psi^T(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}]\mathbf{b} = 0 \\ -M\{\psi(\mathbf{x})\} + [\int_X \psi(\mathbf{x})\, \varphi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x}]\mathbf{a} + [\int_X \psi(\mathbf{x})\, \psi^T(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}]\mathbf{b} = 0 \end{aligned} \tag{3-158}$$

Tương ứng với $\varphi(x)$ và $\psi(x)$ là các vectơ hàm trực giao chuẩn:

$$\int_X \varphi(\mathbf{x})\, \varphi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_X \psi(\mathbf{x})\psi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x} = I \tag{3-159}$$

ta rút ra:

$$\begin{aligned} M\{\varphi(\mathbf{x})\} &= \mathbf{a} + \mathbf{G}\mathbf{b} \\ M\{\psi(\mathbf{x})\} &= \mathbf{G}^T\mathbf{a} + \mathbf{b} \end{aligned} \tag{3-160}$$

Từ biểu thức thứ hai rút ra:

$$\mathbf{b} = M\{\psi(\mathbf{x})\} - \mathbf{G}^T\mathbf{a} \quad (3\text{-}161)$$

và thay **b** vào biểu thức thứ nhất:

$$M\{\varphi(\mathbf{x})\} = a + GM\{\psi(\mathbf{x})\} - \mathbf{GG}^T\mathbf{a}$$

$$= [I - \mathbf{GG}^T]\mathbf{a} + \mathbf{GM}\{\psi(\mathbf{x})\} \quad (3\text{-}162)$$

Từ đó ta xác định: $\mathbf{a} = UM\{\varphi(\mathbf{x})\} - G\{\psi(\mathbf{x})\}$, (3-163)

và tương tự ta xác định:

$$\mathbf{b} = U^TM\{\psi(\mathbf{x}) - G^T\varphi(\mathbf{x})\}; \quad (3\text{-}164)$$

Ở đây $\mathbf{U} = [\mathbf{I} - \mathbf{GG}^T]^{-1}$; (3-165)

$$\mathbf{G} = \int \varphi(\mathbf{x})\psi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x} \ ; \ G^T = \int \psi(\mathbf{x})\ \varphi^T(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (3\text{-}166)$$

Biểu thức (3-163) và (3-164) sau khi dồn về một phía và áp dụng lấy trị số trung bình:

$$M\ \{\mathbf{a} - \mathbf{U}[\varphi(\mathbf{x}) - G\psi(\mathbf{x})]\} = 0\ , \quad (3\text{-}167)$$

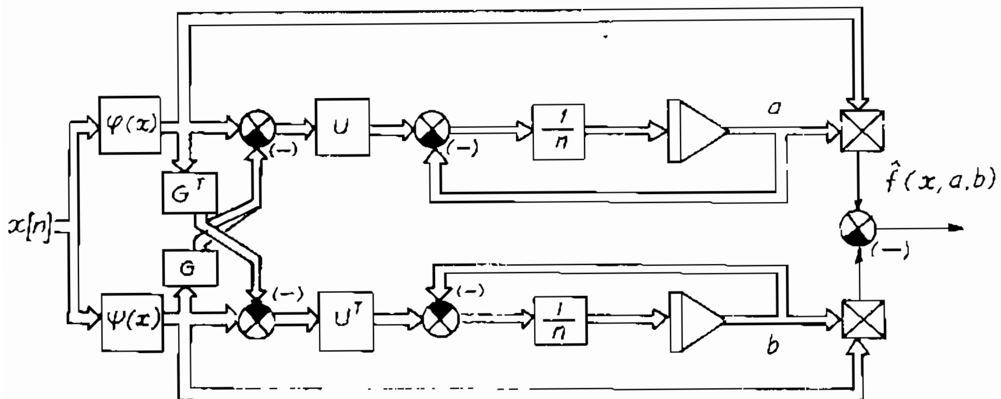
$$M\ \{\mathbf{b} - \mathbf{UT}[\psi(\mathbf{x}) - \mathbf{G}^T\varphi(\mathbf{x})]\} = 0. \quad (3\text{-}168)$$

Lưu ý các biểu thức (3-167) và (3-168) là kết quả biến đổi của điều kiện tối ưu (3-157) do đó ta có thể xác định angôrít thích nghi theo (3-102):

$$\mathbf{a}[n] = \mathbf{a}[n-1] - \frac{1}{n}\{\mathbf{a}[n-1] - U[\varphi\mathbf{x}[n] - G\psi(\mathbf{x}[n])]\} \quad (3\text{-}169)$$

$$\mathbf{b}[n] = \mathbf{b}[n-1] - \frac{1}{n}\{\mathbf{b}[n-1] - U^T[\psi(x[n] - G^T\varphi(x[n])\} \quad (3\text{-}170)$$

Sơ đồ thực hiện angôrít (3-169) và (3-170) như ở h.3-74.



Hình 3-74.

Ở đây $\gamma[n] = \frac{1}{n}$ theo điều kiện tối ưu của γ (3-137).

$\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b})$ có được từ điều kiện (3-155) trong khi chỉ tiêu chất lượng được hình thành theo mật độ phân bố hỗn hợp.

Angôrít tự học khác angôrít học (3-147) ở chỗ, thay vì một vectơ angôrít, ở đây có một cặp vectơ angôrít (3-169) và (3-170) tác động thay thế nhau (h.3-74) tùy thuộc vào dấu của hàm phân cách $\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b})$ mà thông số $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ sau mỗi lần đưa ra hình ảnh $\mathbf{x}$ sẽ tiến dần đến trị số tối ưu $\mathbf{a}^*$, $\mathbf{b}^*$. Chính điều ấy bù đắp cho sự vắng mặt của chỉ dẫn y như ở hệ học. Mặt khác, vai trò ẩn của chỉ dẫn tồn tại ngay trong chỉ tiêu chất lượng đặt ra còn gọi là hàm phạt. Như đã thấy, mặt phân cách được xác định ngay từ hàm phạt.

Angôrít học và tự học khá phong phú [5, 34, 35] phạm vi ứng dụng của chúng tùy thuộc vào thời gian "tập dượt" của chúng dài hay ngắn, mức độ chính xác của chúng khi có tác động của nhiễu như thế nào, mức độ phức tạp trong thực hiện ra sao. Ví dụ như, đối với các khối biến đổi hàm $\varphi(\mathbf{x})$, một mặt cần có mức độ xấp xỉ tốt, mặt khác cần giản đơn trong thực hiện.

Nếu trước đây những máy học và tự học đã thực hiện được những chức năng quá đỗi ngạc nhiên đối với con người thì ngày nay nguyên tắc hoạt động của chúng được giải thích qua những trường hợp riêng của angôrít học và tự học. Nhưng khó khăn vẫn tồn tại ở chỗ có được một phương pháp vạn năng để tìm những hình ảnh có ích để hệ có thể nhận biết được.

III.4.3.3. Bài toán nhận dạng

1. Khái niệm chung

Nhận dạng là bài toán xác định đặc tính của đối tượng điều khiển và các đặc tính của tín hiệu tác động vào đối tượng điều khiển.

Ở bài toán tiền định, tác động và đặc tính của đối tượng được xác định trên cơ sở khảo sát, phân tích hay thực nghiệm. Ở bài toán ngẫu nhiên, các đặc tính thống kê của tín hiệu tác động vào đối tượng (mật độ phân bố, hàm tương quan, mật độ phổ v.v...) được xác định trên cơ sở gia công số liệu thực nghiệm còn đặc tính của đối tượng điều khiển (các phương trình, các đặc tính thời gian v.v...) được xác định theo các phương pháp thống kê sau khi đã gia công số liệu thực nghiệm.

Ở các bài toán thích nghi phương pháp này không thể áp dụng vì nó đòi hỏi nhận dạng với tác động vào dạng đặc biệt, đòi hỏi thời gian quan sát và gia công số liệu lâu, trong điều kiện của phòng thí nghiệm, trong khi ở các

hệ thích nghi những việc ấy phải được thực hiện trong điều kiện hệ đang vận hành.

Nhận dạng có hai nội dung:

- Xác định cấu trúc và thông số của đối tượng, đó là bài toán hộp đen.

- Xác định thông số đối tượng khi cấu trúc cho trước, đó là bài toán hộp xám. Chỉ cần một lượng thông tin không lớn lắm về cấu trúc của đối tượng thì bài toán đã đơn giản đi rất nhiều. Ở đây ta quan tâm đến nhiệm vụ thứ hai.

Bài toán nhận dạng sẽ được khảo sát theo quan điểm của bài toán học đã nêu trên.

2. Xác định đặc tính phi tuyến tính

Ở đây chỉ nói đến các khâu phi tuyến tính đơn thuần, không có quán tính, trong trường hợp chung có thể nhiều đầu vào và một đầu ra.

Xác định đặc tính của phần tử phi tuyến

$$y = f(\mathbf{x}), \qquad (3\text{-}171)$$

dẫn đến việc phục hồi hàm $f(\mathbf{x})$ theo tín hiệu vào $\mathbf{x}$ và tín hiệu ra y.

Hàm $f(\mathbf{x})$ có thể xấp xỉ bằng tổng hữu hạn của các hàm tuyến tính $\mathbf{c}^T\varphi(\mathbf{x})$ như đã thực hiện đối với hệ học. Ta có thể xác định được angôrít thích nghi theo kiểu perceptron mà "chỉ dẫn" y là đầu ra của khâu phi tuyến tính cần xét.

Trong nhiều trường hợp, hình dạng của đặc tính phi tuyến đã biết, chỉ cần xác định véctơ thông số của nó, lúc bấy giờ đặc tính xấp xỉ có dạng:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = f_0(\mathbf{x},\mathbf{c}). \qquad (3\text{-}172)$$

mà **c** là véctơ thông số cần tìm.

Ở bước 1 - hàm mục tiêu được xác định như sau:

$$J(\mathbf{c}) = M\mathbf{x}\{ F(y - f_0(\mathbf{x}, \mathbf{c}))\} \qquad (3\text{-}173)$$

Bước thứ 2: Điều kiện tối ưu xác định theo (3-173):

$$\nabla_c F(y - f_0(\mathbf{x},\mathbf{c})) = - F'(y - f_0(\mathbf{x},\mathbf{c}))\, \nabla_c f_0(\mathbf{x},\mathbf{c}) = 0 \qquad (3\text{-}174)$$

và bước cuối cùng: Xác định angôrít

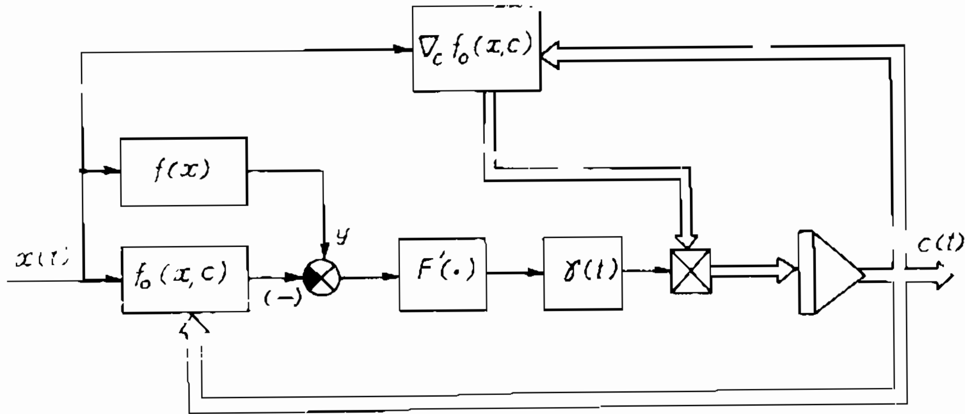
$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n - 1] + \gamma[n]F'(y[n] - f_0(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n - 1])) \ldots \nabla_c f_0(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n - 1]) \qquad (3\text{-}175)$$

cho trường hợp gián đoạn, hoặc:

$$\frac{dc(t)}{dt} = \gamma(t)\, F'(y(t) - f_0(x(t), \mathbf{c}(t))\, \nabla_c f_0(x(t), \mathbf{c}(t)) \qquad (3\text{-}176)$$

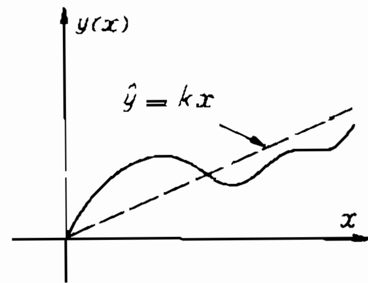
cho trường hợp angôrít liên tục.

Sơ đồ thực hiện angôrít (3-176) như ở h.3-75 cũng như ở các trường hợp trên, nếu $F(y - f_0(x, \mathbf{c})) = \frac{1}{2}(y - f_0(x, \mathbf{c}))^2$ thì $F'(.) = 1$, được thực hiện bằng một khâu khuếch đại với hệ số khuếch đại là 1.



Hình 3-75.

Nếu $F(y - f_0(x, \mathbf{c})) = |y - f_0(x, \mathbf{c})|$, thì $F'(.) = \text{sign}(y - f_0(x, \mathbf{c}))$ được thực hiện bằng rơle 2 vị trí.



Hình 3-76.

Trong trường hợp giản đơn, nếu f(x) như ở h.3-76 và có thể dùng mô hình giản đơn bằng một khâu khuếch đại có hệ số K biến đổi được thì K* có thể như ở đường đứt nét trên h.3-76. Đó là trường hợp ước lượng hệ số tuyến tính hóa thống kê mà khi phân tích thống kê các hệ phi tuyến, khâu phi tuyến được thay thế bằng khâu tuyến tính với điều kiện là phải biết mật độ phân bố của tín hiệu dừng ở đầu vào. Ở đây điều đó là không cần thiết.

Angôrít thích nghi ước lượng hệ số tuyến tính hóa thống kê là:

$$\frac{dk(t)}{dt} = \gamma(t)\, F'(y(t) - k(t)x(t))\, x(t) \qquad (3\text{-}177)$$

3. Nhận dạng các đối tượng phi tuyến tính

Hành vi của các đối tượng phi tuyến tính có thể mô tả dưới dạng:

a. phương trình sai phân phi tuyến tính bậc l:

$$\mathbf{x}[n] = f(x[n-1], ..., x[n-l]; u[n-1], ..., u[n-l_1]) \qquad (3\text{-}178)$$

mà **x**[n] là lượng ra, u[n]- lượng vào.

b. hệ các phương trình sai phân phi tuyến tính bậc một:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{f}(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1]) \qquad (3\text{-}179)$$

mà $\mathbf{x}[n] = (x_1[n], ..., x_l[n],$

$\mathbf{u}[n] = (u_1[n], ..., u_{l_1}[n]),$

là các vectơ tín hiệu ra và vào của đối tượng.

Các phương trình sai phân này tương ứng với các đối tượng liên tục được điều khiển bằng máy tính hay các cơ cấu xung. Với những điều kiện nhất định chúng có thể xem như mô tả gần đúng các hệ liên tục.

Ngoài các phương trình dạng sai phân hay vi phân, có khi các đối tượng phi tuyến tính được mô tả bằng chuỗi Volte:

$$\mathbf{x}[n] = \sum_{m=0}^{\infty} k_1[m]\mathbf{u}[n-m] + \sum_{m_1=0}^{\infty}\sum_{m_2=0}^{\infty} \mathbf{k}_2[m_1,m_2].u[n-m_1]u[n-m_2] +$$

$$+ \sum_{m_1=0}^{\infty} .. \sum_{m_s=0}^{\infty} k_s[m_1, ... m_s].\ u[n-m_1] ... u[n-m_s] + ... \qquad (3\text{-}180)$$

(3-180) có thể xem như chuỗi Volte gần đúng nếu thay thế dấu tổng bằng tích phân còn các biến thay thế bằng dạng liên tục. Nếu chỉ giới hạn với thành phần thứ nhất, ta có phương trình của hệ tuyến tính.

Nhận dạng các đối tượng động học là phục hồi các phương trình của đối tượng theo tín hiệu vào và ra.

Ta sẽ nhận dạng đối tượng phi tuyến tính mô tả theo (3-179) thường dùng vì có nhiều thuận tiện.

Mỗi thành phần của véctơ hàm **f**(**x**, **u**) được xấp xỉ bằng một tổng hữu hạn:

$$\hat{f}_\mu(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{c}) = \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu\, \varphi_{\mu\nu}(\mathbf{x},\mathbf{u}); \qquad (3\text{-}181)$$

$$\mu (= 1, 2, ..., l).$$

hay dưới dạng véctơ:

$$\hat{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{c}) = \phi(\mathbf{x},\mathbf{u})\mathbf{c}\ , \qquad (3\text{-}182)$$

mà $\phi(\mathbf{x},\mathbf{u}) = ||\varphi_{\mu\nu}(\mathbf{x},\mathbf{u})||$ $(\mu = 1, ..., l; \nu = 1 ... N)$

là ma trận các hàm độc lập tuyến tính.

Bài toán nhận dạng đối tượng dẫn đến bài toán cực tiểu hóa kỳ vọng toán của chênh lệch:

$$J(\mathbf{c}) = M\{F(\mathbf{x}[n] - f(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1])\mathbf{c})\} \qquad (3\text{-}183)$$

mà F(.) phải là một hàm lồi. Hàm F(.) là khả vi nên dùng angôrít (3-102) mà gradiên của thực hiện được xác định bởi:

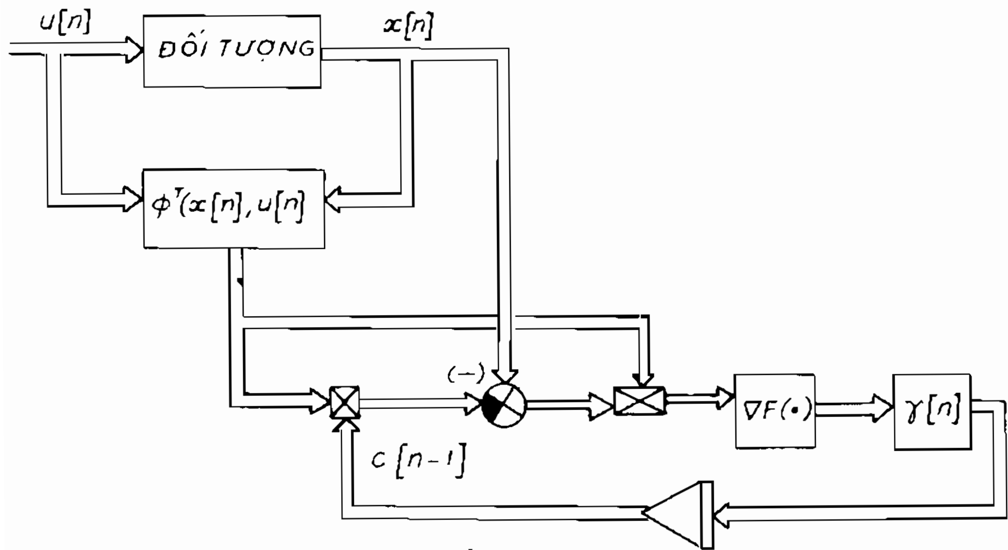
$$\nabla_c F(\mathbf{x}[n] - \phi(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1])\mathbf{c}) =$$

$$= -\phi^T(\mathbf{x}[n-1],\mathbf{u}[n-1])\nabla F(\mathbf{x}[n] - \phi(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1])\mathbf{c}) = 0 \qquad (3\text{-}184)$$

và angôrít thích nghi có dạng:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] + \gamma[n]\,\phi^T(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1])\nabla F(\mathbf{x}[n] - \phi(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n-1])\mathbf{c}[n-1] \qquad (3\text{-}185)$$

Khi $n \to \infty$, vectơ $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$. Sơ đồ ước lượng véctơ tối ưu $\mathbf{c}^*$ và nhận dạng đối tượng $f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ như ở h.3-77.



Hình 3-77.

4. Nhận dạng đối tượng tuyến tính

Với đối tượng tuyến tính, angôrít thích nghi sẽ đơn giản hơn. Đối tượng được mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính dạng:

$$\mathbf{x}[n] = \sum_{m=1}^{l} a_m \mathbf{x}[n-m] + \sum_{m=1}^{l_1} b_m\,\mathbf{u}[n-m], \qquad (3\text{-}186)$$

mà một số hệ số a_m, b_m có thể bằng không. Nếu dùng véctơ thông số:

$$\mathbf{c} = (a_1, \ldots, a_l; b_1, \ldots, b_l), \tag{3-187}$$

và véctơ trạng thái $\mathbf{z}$ thì hàm xấp xỉ có dạng:

$$\hat{f}(\mathbf{z},\mathbf{c}) = \mathbf{c}^T\mathbf{z}, \tag{3-188}$$

và cũng như trên, sau khi thực hiện các bước xác định hàm mục tiêu, xác định điều kiện tối ưu, ta có angôrit nhận dạng như sau:

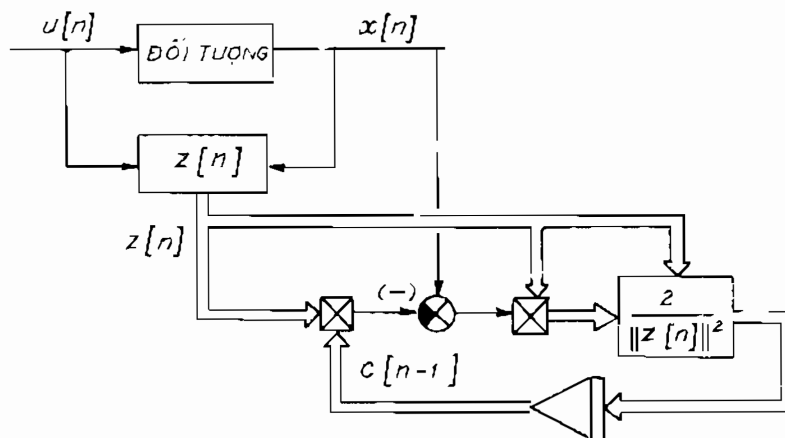
$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] + \gamma[n]F'(x[n] - \mathbf{c}^T[n-1]\mathbf{z}[n])\mathbf{z}[n]. \tag{3-189}$$

Trong trường hợp F(.) là hàm parabôn và $2\gamma[n] = \dfrac{1}{||\mathbf{z}[n]||^2}$.

thì angôrit (3-189) có dạng:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] + \frac{1}{||\mathbf{z}[n]||^2}(x[n] - \mathbf{c}^T[n-1]x[n])\,\mathbf{z}[n] \tag{3-190}$$

và sơ đồ thực hiện angôrit (3-190) như ở h.3-78 đơn giản hơn (3-189) và mang tên là angôrit KACZMARZ.



Hình 3-78.

Bài toán nhận dạng, ngoài vấn đề tốc độ hội tụ và chọn hàm $\varphi_\mu(x)$, vấn đề quan trọng là sai số của ước lượng khi có tác động của nhiễu. Tốc độ nhận dạng và sai số luôn liên hệ nghịch đảo.

Bài toán nhận dạng và perceptron học liên quan chặt chẽ với nhau. Nhận

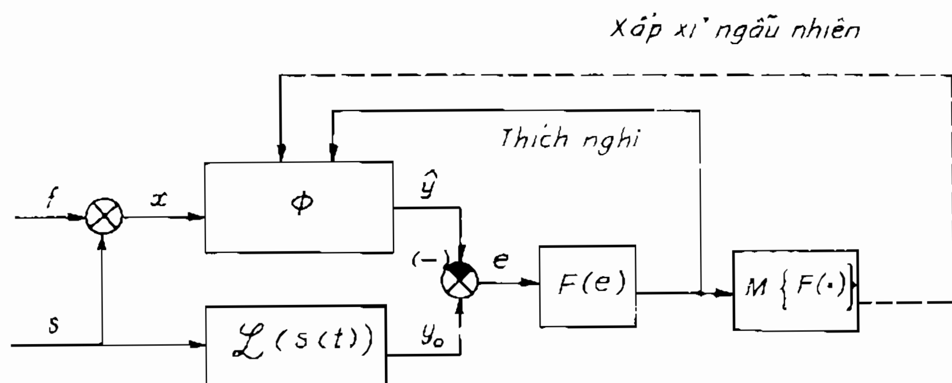
dạng theo phương pháp thích nghi có thể giải những bài toán với mức độ có được về lượng thông tin ban đầu khác nhau. Các angôrít thích nghi có được có thể được giải bằng các công cụ máy tính số hay tương tự, đó là ưu việt so với phương pháp nhận dạng để rút ra các "biểu thức chết" trong khi đối tượng luôn có thể thay đổi.

Các mô hình đối tượng dùng ở bài toán nhận dạng thực chất là các perceptron, phải chăng đó là những cơ cấu để nhận dạng hợp lý nhất.

III.4.3.4. Bài toán lọc

1. Khái niệm chung

Thông thường lọc được hiểu là tách tín hiệu có ích ra khỏi nhiễu. Theo nghĩa rộng, lọc bao gồm cả khái niệm về phát hiện, tách rời, phục hồi và biến đổi tín hiệu vào.



Hình 3-79.

Sơ đồ khối ở h.3-79 phân biệt cách giải quyết bài toán học theo phương pháp thích nghi và phương pháp xấp xỉ ngẫu nhiên.

Ở đây:

- s(t) - tín hiệu có ích.
- f(t) - nhiễu.
- ϕ - bộ lọc cần xác định [illegible]

$$x(t) = s(t) + f(t)$$

Bộ lọc L(s(t)) là bộ lọc [illegible] đầu vào [illegible] tín hiệu có ích. Chức

năng của bộ lọc có thể như sau:

$$L(s(t)) = \begin{cases} s(t) & \text{- lọc nhiễu đơn thuần} \\ s(t+t_0) & \text{- bài toán ngoại suy - dự đoán,} \\ \dfrac{ds(t)}{dt} & \text{- ước lượng đạo hàm,} \\ \int_0^t s(t)dt & \text{- ước lượng tích phân,} \\ \dots\dots & \end{cases}$$

Nếu tín hiệu có ích s(t) biết được và không biến đổi thì việc xây dựng bộ lọc tối ưu, tách được nhiễu, không khó khăn. Nhưng khi điều kiện làm việc thay đổi thì tính chất tối ưu không còn nữa. Như vậy bộ lọc tối ưu không thể xác định được, nếu lượng thông tin ban đầu về tín hiệu vào là chưa đầy đủ. Chính vì thế mà bài toán xây dựng bộ lọc thích nghi có khả năng làm việc luôn ở chế độ tối ưu khi điều kiện làm việc chưa xác định (thay đổi tín hiệu vào hay thay đổi cả cấu trúc của bộ lọc) là cần thiết:

Bài toán xác định thông số tối ưu của bộ lọc là bài toán của Philips, còn bài toán xác định cả cấu trúc và thông số của bộ lọc là bài toán của Wiener - Kolmogorof.

2. Cấu trúc bộ lọc thích nghi và angôrít tổng quát

Tín hiệu ra của bộ lọc thích nghi có thể có dạng tổng hữu hạn của những hàm độc lập tuyến tính với tín hiệu vào (h.3-80)

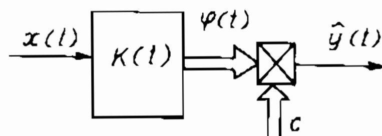
$$\hat{y}(t) = c^T\varphi(t), \qquad (3\text{-}191)$$

và $\varphi(t) = (\varphi_1(t)), \dots, \varphi_N(t)$.

trong đó $\varphi_\nu(t) = \int_0^\infty K_\nu(\tau)x(t-\tau)d\tau$,

$$\mathbf{K}(t) = (K_1(t), \dots, K_N(t))$$

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \int_0^\infty \mathbf{K}(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

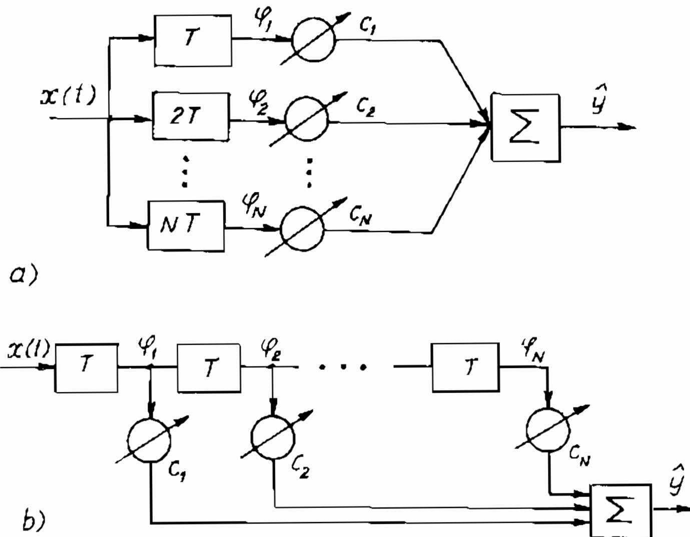


Hình 3-80.

Cấu trúc của bộ lọc thích nghi có thể thực hiện theo kiểu song song (h.3-81a) hay nối tiếp (h.3-81b). Ở đó T là các khâu trễ. Phương án b có cấu trúc giản đơn hơn, các khâu trễ có thời gian trễ như nhau được sử dụng để có những tín hiệu có độ trễ là bội số của nhau.

Chỉ tiêu chất lượng đối với bài toán lọc nhiễu đơn thuần có thể xác định bởi phiếm hàm:

$$J(c) = M\{(s(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))^2\}. \tag{3-192}$$



Hình 3-81.

Tín hiệu có ích s(t) và nhiễu f(t) không tương quan nhau nghĩa là:

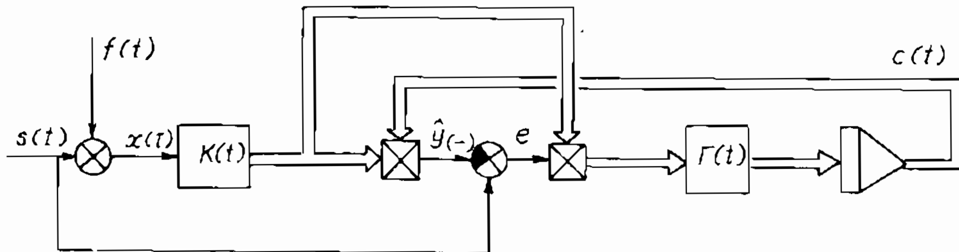
$$M\{s(t)f(t)\} = 0 \tag{3-193}$$

Điều kiện tối ưu được xác định bởi:

$$\nabla_c J(c) = -2M\{(s(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t)\varphi(t)\} = 0.$$

Angôrít thích nghi dạng liên tục:

$$\frac{dc(t)}{dt} = \Gamma(t)(s(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))\varphi(t) \tag{3-194}$$



Hình 3-82.

Tương ứng với angôrit (3-194) ta có sơ đồ khối như ở h.3-82.

Sơ đồ khối ở h.3-82 sử dụng tín hiệu có ích s(t) để tạo nên sai lệch e nên không thể thực hiện được vì ở đầu vào của bộ lọc, nhiễu và tín hiệu có ích là không tách biệt được (vì ngược lại thì đã không cần đến bộ lọc).

3. Lọc thích nghi với lượng thông tin ban đầu về nhiễu

Tín hiệu ở đầu vào của bộ lọc

$$x(t) = s(t) + f(t) \tag{3-195}$$

gồm có tín hiệu có ích và nhiễu. Nếu có được đặc tính thống kê của nhiễu như trị số trung bình và hàm tương quan tương ứng với:

$$M\{f(t)\} = 0, \tag{3-196}$$

$$R_f(\tau) = M\{f(t)f(t-\tau)\} \tag{3-197}$$

Theo (3-195):

$$s(t) = x(t) - f(t).$$

Thay thế s(t) vào (3-192) ta co:

$$J(\mathbf{c}) = M\{(x(t) - \mathbf{c}^T\boldsymbol{\varphi}(t) - f(t))^2\} = \min_c$$

$$= M\{(x(t) - \mathbf{c}^T\boldsymbol{\varphi}(t)^2\} + M\{f^2(t)\}\} - 2M\{(x(t) - \mathbf{c}^T\boldsymbol{\varphi}(t))f(t)\}.$$

Phân tích thành phần cuối cùng của vế phải phương trình trên:

$$M\{x(t) - \mathbf{c}^T\boldsymbol{\varphi}(t))f(t)\} = M\{x(t)f(t)\} - M\{\mathbf{c}^T\boldsymbol{\varphi}(t)f(t)\} =$$

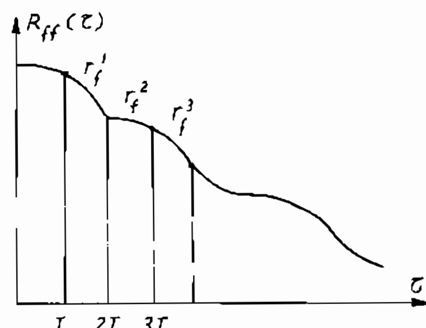
$$= R_{sf}(0) + R_{ff}(0) - \mathbf{c}^T\int_0^\infty K(\tau)M\{x(t-\tau)f(t)\}\,d\tau,$$

ở đây $\boldsymbol{\varphi}(t) = \int_0^\infty K(\tau)x(t-\tau)d\tau$, $R_{sf}(0) = 0$ theo (3-197).

Từ đó ta rút ra:

$$J(\mathbf{c}) = M\{(x(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))^2\} - R_{ff}(0) + 2\mathbf{c}^T\mathbf{r}_f \tag{3-198}$$

mà $\mathbf{r}_f = \int_0^\infty K(\tau)R_{ff}(\tau)d\tau$.



Hình 3-83.

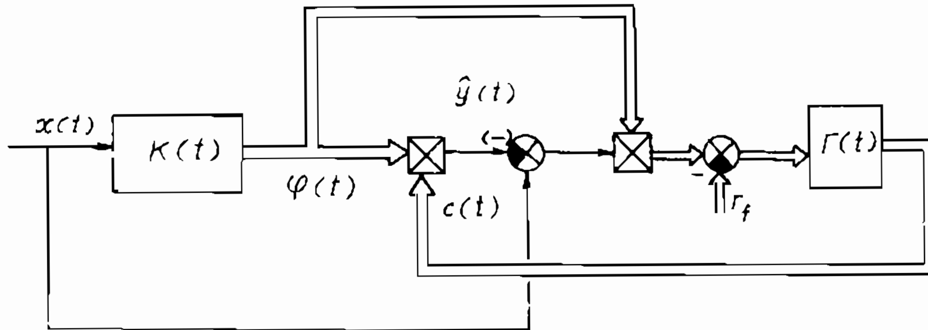
Ý nghĩa của các đại lượng rời rạc r_f như ở h.3-83. Từ (3-198) điều kiện tối ưu là:

$$\nabla_c J(\mathbf{c}) = -2M\{(\mathbf{x}(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))\varphi(t)\} + 2\mathbf{r}_f = 0. \qquad (2\text{-}199)$$

Từ đó angôrít liên tục có dạng:

$$\frac{d\mathbf{c}(t)}{dt} = \Gamma(t)\{(\mathbf{x}(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))\varphi(t) - \mathbf{r}_f\}. \qquad (3\text{-}200)$$

Sơ đồ thực hiện như trên h.3-84.



Hình 3-84.

Ở đây, tín hiệu đưa vào bộ lọc là tín hiệu đo được khác với s(t) là tín hiệu có ích không thể đo được ở h.3-82.

4. Lọc thích nghi với thông tin ban đầu về tín hiệu có ích

Nếu biết được hàm tự tương quan của tín hiệu có ích:

$$R_s(\tau) = M\{s(t)\, s(t-\tau)\}, \qquad (3\text{-}201)$$

thì chỉ tiêu chất lượng có dạng:

$J(\mathbf{c}) = M\{(s(t) - \mathbf{c}^T\varphi(t))^2\} = M\{s^2(t)\} + M\{[\mathbf{c}^T\varphi(t)]^2\} - 2M\{\mathbf{c}^T\varphi(t)\, s(t)\}$

Nếu đã biết: $M\{s^2(t)\} = R_{ss}(0)$,

Phân tích $M\{\mathbf{c}^T\varphi(t)s(t)\} = \mathbf{c}^T\int_0^\infty K(\tau)\, M\{x(t-\tau)\, s(t)\}d\tau.$

vì $x(t-\tau) = s(t-\tau) + f.$

nên $M\{\mathbf{c}^T\varphi(t)\, s(t)\} = \mathbf{c}^T\int_0^\infty K(\tau)R_{ss}(\tau)\, d\tau = \mathbf{c}^T\mathbf{r}_s.$

Như vậy: $J(\mathbf{c}) = M\{(\mathbf{c}^T\varphi(t))^2\} + R_{ss}(0) - 2\mathbf{r}_s\mathbf{c}^T. \qquad (3\text{-}202)$

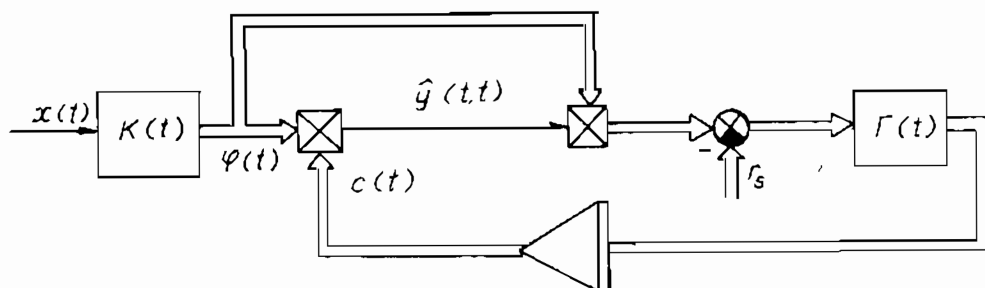
Điều kiện tối ưu:

$$\nabla_c J(\mathbf{c}) = 2M\{[\mathbf{c}^T\varphi(t).\varphi(t)]\} - 2\mathbf{r}_s = 0. \qquad (3\text{-}203)$$

Cuối cùng angôrít thích nghi dạng liên tục:

$$\frac{d\mathbf{c}(t)}{dt} = -\Gamma(t)(\mathbf{c}^T\varphi(t).\varphi(t) - \mathbf{r}_s). \qquad (3\text{-}204)$$

Sơ đồ thực hiện angôrít (3-204) như h.3-85.



Hình 3-85.

III.4.3.5. Ví dụ về một hệ anten thích nghi

Anten có chức năng thu tín hiệu có ích trong không gian có nhiều nguồn nhiễu khác nhau. Việc lọc nhiễu chỉ có thể thực hiện được nếu biết trước hướng của nguồn phát tín hiệu có ích và của nhiễu rồi từ đó chỉnh định lại lược đồ hướng của anten. Lúc đó điểm cực đại của lược đồ hướng trùng với hướng của nguồn tín hiệu có ích, điểm cực tiểu - hướng của nguồn nhiễu.

Song phân bố của nguồn nhiễu trong không gian lại không biết trước và thay đổi, khi đó phải dùng đến anten thích nghi.

Hệ anten là một tập hợp nhiều anten hình tròn như ở h.3-86.

Các tín hiệu thu được từ anten sẽ qua một khâu trễ T với thời gian trễ bằng 1/4 bước sóng. Sau đó tín hiệu được nhân với thông số chỉnh định $c_{2\nu-1}$ và $c_{2\nu}$ trước khi cộng chúng lại với nhau. Angôrít chỉnh định thông số là angôrít học Adalin (3-150) ở h.3-72. Chỉ tiêu chất lượng của hệ anten học là cực tiểu của sai lệch:

$$J(\mathbf{c}) = M\{\frac{1}{2}(y_0 - \mathbf{c}^T\mathbf{x})^2\}, \qquad (3\text{-}205)$$

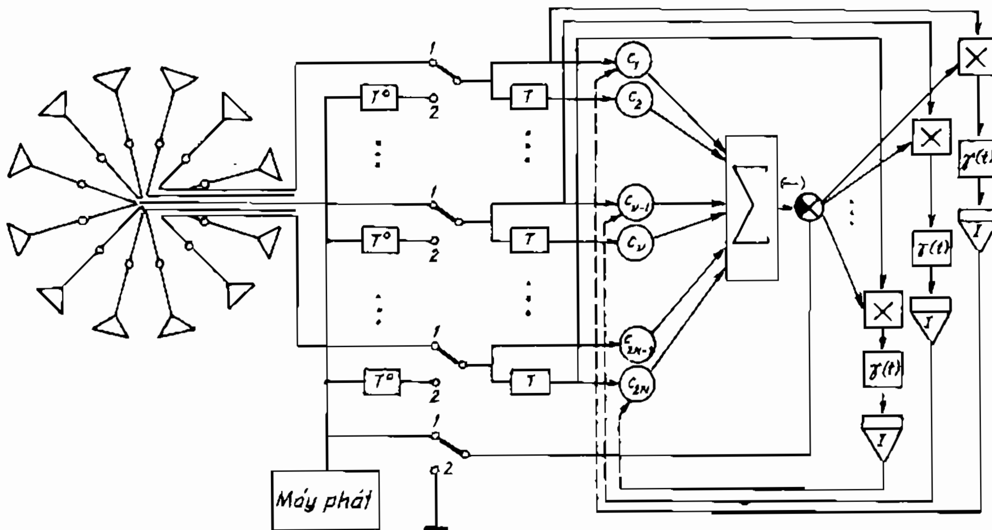
ở đây $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_N)$ - véctơ các tín hiệu ra của anten (anten thu được

từ không gian) và y_0 là tín hiệu có ích (chỉ dẫn trong hệ học). Từ đó angôrít học của anten như sau:

$$\frac{dc_\nu(t)}{dt} = \gamma(t)\ [y_0(t) - \sum_{\eta=1}^{2N} \dot{c}_\eta(t)x_\eta(t)]\ x_\nu(t) \qquad (3\text{-}206)$$

$$\nu = 1, 2, ..., 2N$$

Vì hướng của tín hiệu có ích thường được xác định trước nên ở bước học, một nguồn tín hiệu nhân tạo sẽ được sử dụng và phát tín hiệu theo hướng đã biết. Tham số và hướng của tín hiệu nhân tạo càng gần với tín hiệu có ích trong không gian càng tốt. Đầu vào của Adalin được nối với đầu ra của anten (chế độ 1) hay đầu ra của khâu trễ T^0 từ nguồn phát tín hiệu nhân tạo (chế



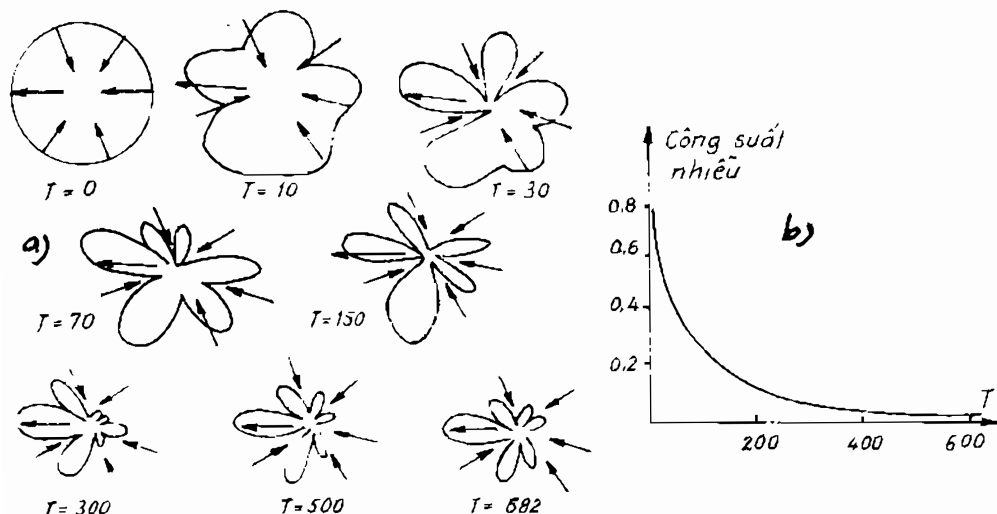
Hình 3-86.

độ 2). Giá trị của T^0 được chọn sao cho có thể thu được một chuỗi tín hiệu tương tự như tín hiệu có ích sau này. Cả hai chế độ 1 và 2 luân phiên nhau thay đổi, với tần số đủ lớn (khoảng thời gian thay phiên nhau đủ nhỏ) sao cho trong thời khoảng ấy, hướng và giá trị cực tiểu của công suất tín hiệu nhiễu vẫn không thay đổi.

Ở h.3-87a có kết quả đã được mô hình hóa trên máy tính. T là chu kỳ tương ứng với tần số f_0. Nhiễu có dạng hình sin với biên độ 0,5 và công suất 0,125. Các tần số nhiễu tương ứng:

$$1{,}1\ f_0; \qquad 0{,}95\ f_0; \qquad f_0; \qquad 0{,}9\ f_0; \qquad 1{,}05\ f_0$$

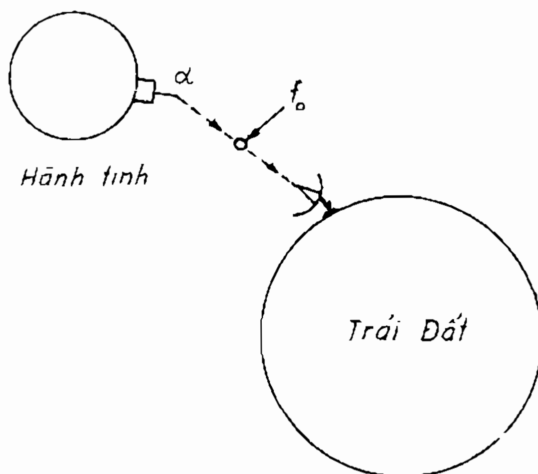
Trên h.3-87b là đặc tính biến đổi ảnh hưởng của nhiễu (theo công suất ở đầu ra của anten) trong quá trình học. Như vậy hệ học Adalin của anten đã có thể thích nghi với điều kiện làm việc trong môi trường nhiễu và giảm dần ảnh hưởng của chúng để có chế độ thu tối ưu.



Hình 3-87.

Thời gian học theo kết quả mô hình hóa khoảng 400 chu kỳ với tần số f_0 tương ứng với f = 1 MHz và t = 40 ms.

Việc thu nhận tin tức từ các hành tinh trong vũ trụ thường chịu ảnh hưởng rất lớn của nhiễu vũ trụ. Điều kiện dùng những máy phát cực lớn từ các hành tinh để giảm ảnh hưởng của nhiễu là không thể thực hiện được. Nhưng nếu dung một hệ kín theo angôrit thích nghi mà tín hiệu phản hồi từ quả đất có thể không chịu ảnh hưởng của nhiễu thì tín hiệu thu được sẽ có độ chính xác cao. Angôrit thích nghi thực hiện việc truyền tin trong vũ trụ có dạng:



Hình 3-88.

$$c[n] = c[n-1] - \gamma[n]\,[k(c[n-1] - \alpha) + f[n]];$$

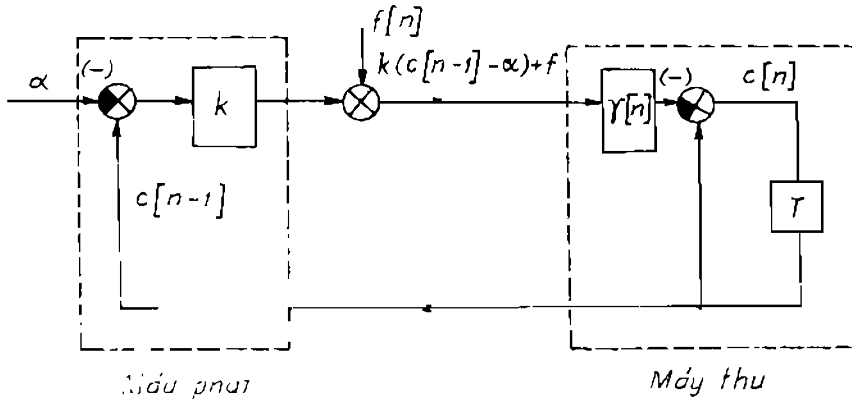
trên cơ sở của yêu cầu loại trừ ảnh hưởng của nhiễu (tương ứng với điều kiện tối ưu):

$$M(k(c - \alpha) + f) = M(k(c - \alpha)) = 0$$

trong đó k là hệ số khuếch đại của công suất máy phát từ hành tinh. c là tín hiệu phản hồi, phát lên từ mặt đất - Sau thời gian học:

$$c^*[n] = \alpha.$$

Sơ đồ khối của hệ thu phát thực hiện việc truyền tin trong vũ trụ như ở h.3-89.



Hình 3-89.

III.4.3.6. Gián đoạn hóa tối ưu

1. Khái niệm

Gián đoạn hóa là biến đổi một tập các trị số liên tục thành gián đoạn. Gián đoạn hóa được dùng ở nhiều lĩnh vực khác nhau như lưu trữ và xử lý thông tin, truyền tín hiệu. Quá trình này không thể thiếu ở các thiết bị tính và kỹ thuật số.

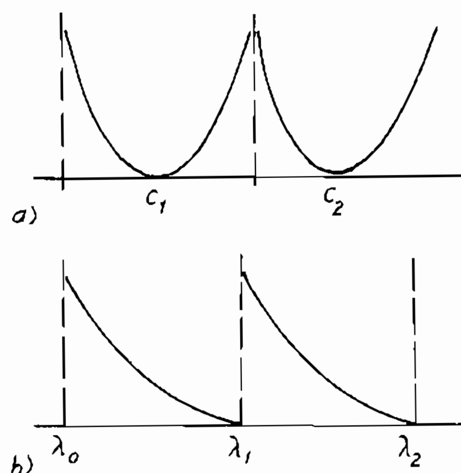
Khi dùng phương pháp truyền ảnh qua điện tín, ta có hàm 2 biến cần gián đoạn hóa. Ở kỹ thuật truyền hình (hàm 3 biến) hình ảnh truyền đi được chia thành từng dòng và tương ứng với chúng là những mẫu ảnh gián đoạn.

Truyền lời nói (hàm một biến) bằng điều biên từ tín hiệu liên tục sang mã xung gián đoạn.

Nhu cầu về công suất đối với động cơ là liên tục nhưng kích thước đối với động cơ phải được giới hạn theo từng phạm vi công suất nhất định.

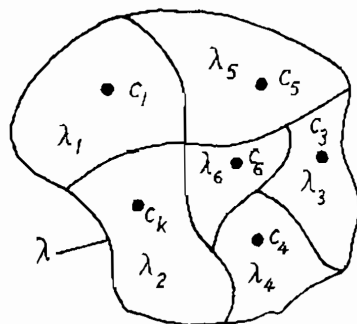
Tổn thất năng lượng theo kích thước của động cơ như ở h.3-90a. Kích thước lớn hay bé hơn đều dẫn đến tổn hao năng lượng lớn.

Ngược lại tổn thất năng lượng theo công suất của động cơ có dạng như ở h.3-90b. Không thể sử dụng động cơ quá công suất định mức nhưng công suất sử dụng càng bé, tổn thất càng lớn. Do đó việc phân loại động cơ theo kích thước như thế nào là hợp lý để tổn thất năng lượng là nhỏ nhất.



Hình 3-90.

Gián đoạn hóa có thể xem như chia không gian tín hiệu liên tục **x** thành các vùng λ_k không chéo nhau (h.3-91). Trị số gián đoạn tương ứng với vùng λ_k mà: c_k- là "đại diện" cho mọi trị số ở vùng ấy. Gián đoạn hóa các biến của hàm luôn làm giảm lượng thông tin chứa đựng ở tín hiệu liên tục và mang lại sai số vì một tập các trị số liên tục được thay thế bằng một trị số gián đoạn duy nhất. Sai số này tương tự như sai số quy tròn, ở lý thuyết thông tin gọi là nhiễu lượng tử hóa. Sai số lượng tử hóa phụ thuộc hình dáng và kích thước của miền λ_k. Sau khi truyền tín hiệu gián đoạn qua kênh (số lượng các trị số gián đoạn ấy bị giới hạn bởi khả năng cho đi qua của kênh) cần phục hồi lại tín hiệu liên tục. Như vậy chia không gian λ ra λ_k miền như thế nào để nhiễu lượng tử hóa là cực tiểu? Đó là nội dung của phương pháp này.



Hình 3-91

2. Angorit gián đoạn hóa tối ưu

Ta ký hiệu **x** là tín hiệu liên tục cần gián đoạn hóa có mật độ phân bố p(x) mà ta không biết được. Dùng ước lượng của nó: **c** có trị số là hang trong miền đã cho, sao cho

$$c = c_k \text{ với } \mathbf{x} \in \lambda_k \qquad (k = 1, 2, ..., N) \qquad (3\text{-}207)$$

Chỉ tiêu ước lượng chính xác là tổn thất trung bình dưới dạng phiếm hàm:

$$J(\mathbf{c}) = \sum_{k=1}^{N} \int_{\lambda_k} F(\mathbf{x}, c_k)\, p(\mathbf{x})d\mathbf{x}, \tag{3-208}$$

ở đây $\mathbf{c} = (c_1, c_2, ..., c_N)$ ước lượng tối ưu $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$ cực tiểu hóa tổn thất trung bình.

Để dễ khảo sát, ta giới hạn trường hợp một chiều, miền λ_k là một đoạn thẳng trên trục.

$$J(\mathbf{c}) = \sum_{k=1}^{N} \int_{\lambda_{k-1}}^{\lambda_k} F(x, c_k)p(x)\, dx, \tag{3-209}$$

và ước lượng c_k là những số thực.

Nếu dùng hàm tổn thất dạng:

$$F(x, c_k) = F(x - c_k),$$

ta có:
$$J(\mathbf{c}) = \sum_{k=1}^{N} \int_{\lambda_{k-1}}^{\lambda_k} F(x - c_k)\, p(x)\, dx, \tag{3-210}$$

mà: $c_k\ (k = 1, 2, ..., N)$,

và $\lambda_k\ (k = 0, 1, 2, ..., N)$.

Điều kiện tối ưu là:

$$\frac{\partial J}{\partial c_k} = -\int_{\lambda_{k-1}}^{\lambda_k} F'(x - c_k)\, p(x)\, dx = 0, \tag{3-211}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda_k} = F(\lambda_k - c_k)\, p(\lambda_k) - F(\lambda_k - c_{k+1})p(\lambda_k) = 0 \tag{3-212}$$

với điều kiện (3-212) ta có: $F(\lambda_k - c_k) = F(\lambda_k - c_{k+1})$. Nếu F là hàm đối xứng, ta xác định được mối liên hệ giữa λ_k và c_k:

$$\lambda_k = \frac{c_k + c_{k+1}}{2} \tag{3-213}$$

Giới hạn của khoảng cách λ_k là trị số trung bình của c_k. Nếu biết được p(x) có thể giải được các phương trình trên, nhưng p(x) tồn tại mà không biết được nên ta dùng phương pháp angôrít.

Tích phân (3-211) có giới hạn $[\lambda_{k-1}, \lambda_k]$ có thể được thay thế bởi:

$$-\int_{0}^{\infty} F'(x - c_k)\, \varepsilon(\lambda_{k-1}, \lambda_k)\, p(x)dx = 0, \tag{3-214}$$

với $\qquad \varepsilon(\lambda_{k-1}, \lambda_k) = \begin{cases} 1 & x \in (\lambda_{k-1}, \lambda_k), \\ 0 & x \notin (\lambda_{k-1}, \lambda_k). \end{cases}$ (3-215)

như ở h.3-92.

(3-214) và (3-211) tương đương nhau sau khi đưa vào hàm (3-215).

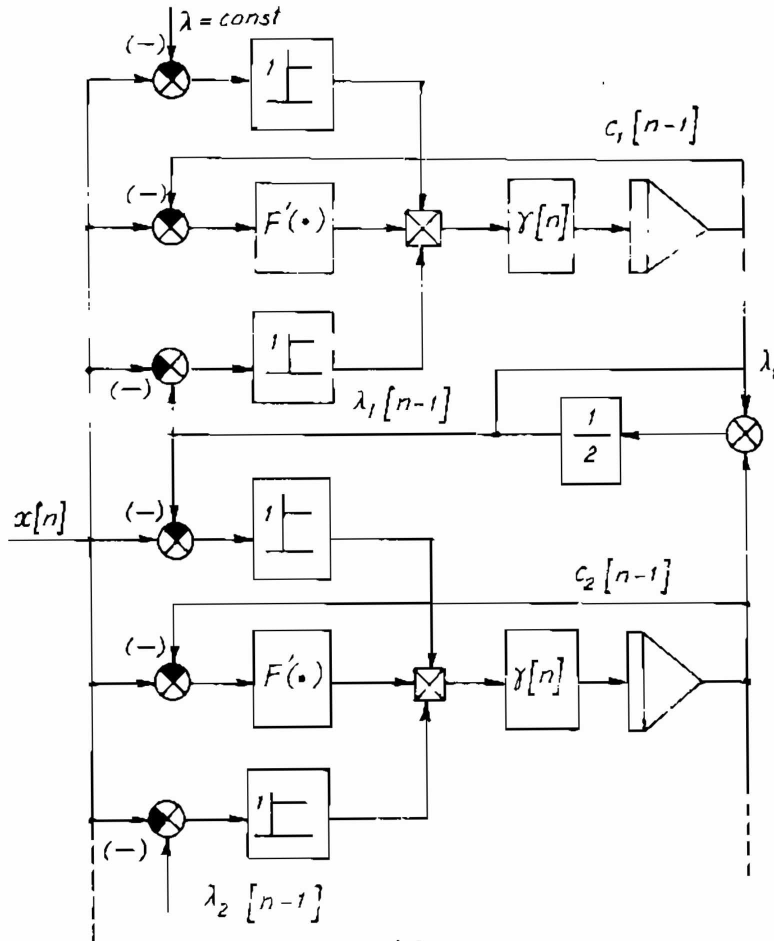
Biểu thức (3-214) chính là kỳ vọng toán của $-F'(x - c_k)$ nên điều kiện tối ưu (3-211) có thể viết:

Hình 3-92.

$$- M_x \{F'(x - c_k)\, \varepsilon(\lambda_{k-1}, \lambda_k)\} = 0, \qquad (3\text{-}216)$$

và angôrít thích nghi gián đoạn, theo (3-102) là

$$c_k[n] = c_k[n-1] + \gamma[n]F'(x[n] - c_k[n-1])\, \varepsilon(\lambda_{k-1}[n-1], \lambda_k[n-1]) \qquad (3\text{-}217)$$



Hình 3-93.

cùng với điều kiện (3-213)

$$\lambda_k[n-1] = \frac{1}{2}(c_k[n-1] + c_{k+1}[n-1]) \qquad (3\text{-}218)$$

Khi $n \to \infty$ $\qquad c_k[n] \to c_k^*$

$\qquad\qquad\qquad\qquad \lambda_k[n] \to \lambda_k^*$

λ_0 và λ_N là cố định, sơ đồ thực hiện angôrít (3-217) và (3-218) cho trên h.3-90 đã được mô tả một phần.

Độc giả có thể xây dựng angôrít và sơ đồ khối cho trường hợp:

$$F(x - c_k) = (x - c_k)^2,$$

và $$\varepsilon(c_{k+1}, c_k, c_{k+1}) = \begin{cases} 1: (c_k + c_{k-1}) < x < (c_{k+1} + c_k) \\ 0 \text{ các trị số khác của } x. \end{cases}$$

III.4.3.7 Hệ cố vấn

1. Đặt vấn đề

Khi thu nhận thông tin, giả thiết chúng có độ chính xác khác nhau, làm sao ta có được thông tin chính xác. Thông thường người ta sử dụng "trung bình" của chúng theo nghĩa cụ thể hay trừu tượng, tùy tính chất vật lý của thông tin. Một đại lượng cần đo, muốn có trị số chính xác thường được đo nhiều lần và lấy trung bình hoặc nhiều dụng cụ đo (mà cái nào chính xác hơn cái nào ta không xác định được) được sử dụng cùng một lúc và sau đó lấy tri số trung bình của chúng.

Bây giờ, nếu ta dùng một hệ số cho mỗi dụng cụ đo và áp dụng phương pháp thích nghi để xác định các hệ số ấy, dụng cụ nào có độ chính xác cao, hệ số ấy lớn và ngược lại. Chỉ tiêu chất lượng là cực tiểu của sai lệch. Do đó khi quá trình thích nghi kết thúc ta có các hệ số tối ưu c_ν^* cho từng dụng cụ đo, và tương ứng với chúng, hệ cho ta thông tin chính xác. Đó là bài toán đo chính xác bằng dụng cụ do kém chính xác trong trường hợp riêng, và trường hợp chung, máy "cố vấn" cho ta thông tin chính xác từ những nguồn tin kém chính xác.

2. Angôrit thích nghi

Cách đặt vấn đề như trên tương ứng với sơ đồ khối ở h.3-94. Đại lượng đo được của mỗi dụng cụ đo là y_ν ($\nu = 1, 2, \ldots, N$), và tổng của chúng:

$$Z = \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu y_\nu \qquad (3\text{-}219)$$

Độ tản (đánh giá sai số) của một lần đo:

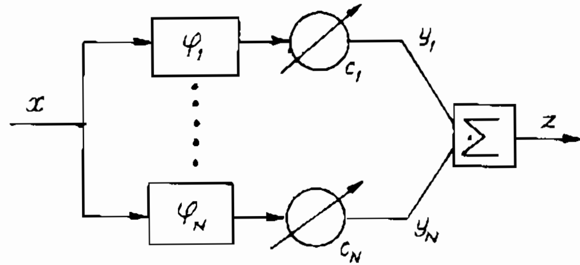
$$\sigma_\nu^2 = M\{(y_\nu - M(y_\nu))^2\} \qquad (3\text{-}220)$$

Tương tự như thế ta có độ tản N kênh:

$$\sigma^2 = M\{(Z - M\{Z\})^2\} \qquad (3\text{-}221)$$

Bây giờ, ta có thể đặt điều kiện sau:

$$\sum_{\nu=1}^{N} c_\nu = 1. \qquad (3\text{-}222)$$



Hình 3-94.

Chỉ tiêu chất lượng để xác định hệ số $c_\nu = c_\nu^*$ là:

$$J_\lambda(c_1, \dots c_N) = \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu^2\sigma_\nu^2 + \lambda(1 - \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu) \qquad (3\text{-}223)$$

Chất lượng được xác định bởi hai thành phần. Thành phần thứ nhất ở vế phải của phương trình (3-223) xác định sai số cơ bản, thành phần thứ hai xác định sai số phụ, bảo đảm thỏa mãn điều kiện (3-222). Sai số cơ bản là nhỏ nhất tương ứng với độ tản bé nhất của N kênh đo:

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^{N} c_k^2\sigma_k^2, \qquad (3\text{-}224)$$

còn sai số phụ bảo đảm điều kiện (3-223) để ta có Z là tương đương với tín hiệu cần đo. Do đó λ là thông số phụ cần chỉnh định.

Từ (3-223) ta có điều kiện tối ưu:

$$\frac{\partial J_\lambda}{\partial c_k} = 2c_k\sigma_k^2 - \lambda = 0, \qquad (3\text{-}225)$$

$$\frac{dJ_\lambda}{\partial\lambda} = (1 - \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu) = 0. \qquad (3\text{-}226)$$

Tương ứng với điều kiện tối ưu (3-225), (3-226) ta có các angôrit thích nghi liên tục:

$$\frac{dc_k(t)}{dt} = -\gamma_1(t)[2\, c_k\, \sigma_k^2 - \lambda(t)] \qquad (3\text{-}227)$$

và

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\gamma_2(t)(1 - \sum_{\nu=1}^{N} c_\nu(t)) \qquad (3\text{-}228)$$

Trong các biểu thức trên cần có các angôrít xác định trị số trung bình và phương sai (bài toán nhận dạng đặc tính thống kê của tín hiệu ngẫu nhiên).

Xác định kỳ vọng toán

Nếu ký hiệu m_ν là kỳ vọng toán (trị số trung bình) của y_ν ta viết:

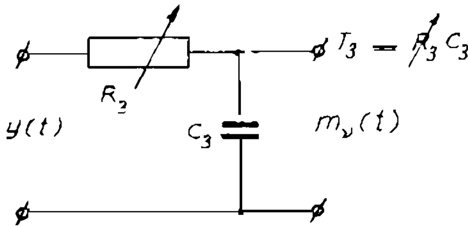
$$m_\nu = M\{y_\nu\}\,. \tag{3-229}$$

Dồn về một phía, ta có:

$$M\{m_\nu - y_\nu\} = 0. \tag{3-230}$$

Biểu thức (3-230) tương ứng với điều kiện tối ưu nên angôrít thích nghi sẽ có dạng:

$$\frac{dm_\nu(t)}{dt} = -\gamma_3(t)\,[m_\nu(t) - y_\nu(t)] \tag{3-231}$$



Hình 3-95.

Angôrít (3-231) có thể thực hiện được bằng các phần tử giản đơn như sau.

Từ (3-231) ta có thể viết:

$$T_3(t)\frac{dm_\nu(t)}{dt} + m_\nu(t) = y_\nu(t), \tag{3-232}$$

mà $T_3(t) = \frac{1}{\gamma_3(t)}$

Đó là một khâu quán tính có hằng số thời gian biến đổi theo quy luật nghịch đảo với $\gamma(t)$ (h.3-95).

Xác định phương sai

Theo (3-220), (3-229): $\sigma_\nu^2 = M\{(y_\nu - m_\nu)^2\}$. (3-233)

Dồn về một phía ta có:

$$M\{\sigma_\nu^2 - (y_\nu - m_\nu)^2\} = 0, \tag{3-234}$$

và angôrít thích nghi có dạng:

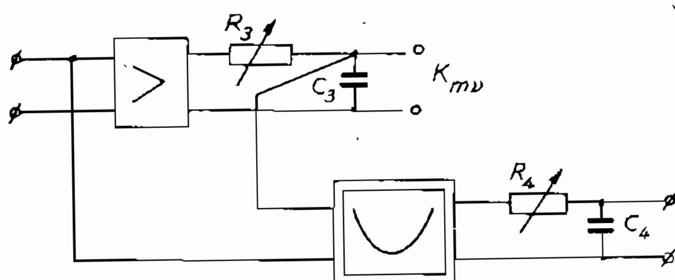
$$\frac{d\sigma_\nu^2(t)}{dt} = -\gamma_4(t)[\sigma_\nu^2(t) - (y_\nu - m_\nu)^2] \tag{3-235}$$

Từ (3-235) ta có

$$T_4(t)\frac{d\sigma_\nu^2(t)}{dt} + \quad \ldots \quad m_\nu(t))^2 \tag{3-236}$$

$$T_4(t) = \frac{1}{\lambda_4(t)}$$

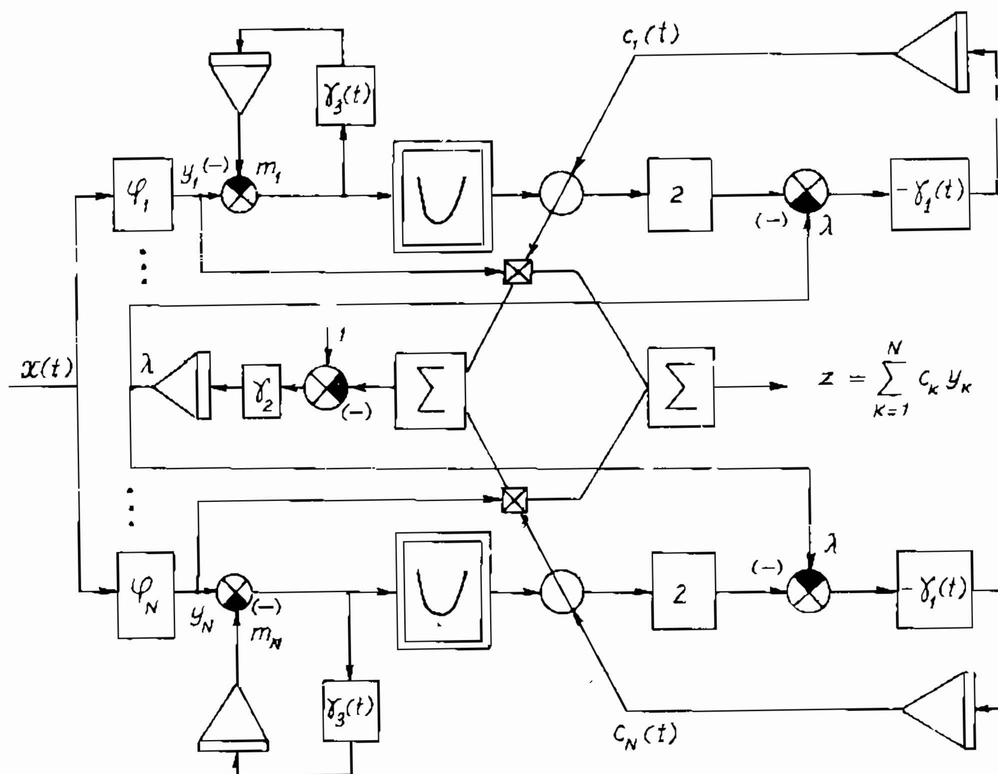
Sơ đồ thực hiện cơ cấu xác định phương sai như ở h.3-96. Trở lại với bài toán đặt ra, kết hợp cả angôrít (3-227), (3-228), (3-231) và (3-235) ta có sơ đồ thực hiện angôrít cố vấn nói trên như ở h.3-97.



Hình 3-96.

Từ điều kiện tối ưu (3-225) ta có:

$$c_k = \frac{\lambda}{2\sigma_k^2}$$



Hình 3-97.

Như vậy trọng lượng (giá trị) của thông tin tỷ lệ ngược với độ tản (sai số).

Kết hợp với (3-226) ta có:

$$\frac{\lambda}{2}\sum_{\nu=1}^{N}\frac{1}{\sigma_\nu^2} = 1; \quad \lambda = \frac{2}{\sum\limits_{\nu=1}^{N}\frac{1}{\sigma_\nu^2}}; \quad c_k = \frac{1}{\sigma_k^2\left(\sum\limits_{\nu=1}^{N}\frac{1}{\sigma_\nu^2}\right)}.$$

Sai số cơ bản được xác định bởi (3-224):

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^{N} c_k^2\,\sigma_k^2 = \frac{1}{\left(\sum\limits_{\nu=1}^{N}\frac{1}{\sigma_\nu^2}\right)^2}\sum_{k=1}^{N}\frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^4} = \frac{1}{\sum\limits_{\nu=1}^{N}\frac{1}{\sigma_\nu^2}}.$$

Trong trường hợp thông tin có sai số như nhau:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_N^2; \text{ ta có: } \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{N} \quad \text{và } c_k = \frac{1}{N}.$$

III.4.3.8. Bài toán quy hoạch hóa kho tàng tối ưu

1. Khái niệm

Quy hoạch tối ưu kho tàng là xác định khối lượng sản phẩm, trình tự cung cấp và mức độ dự trữ của kho tàng nhằm thỏa mãn nhu cầu sắp tới sao cho tổn thất là ít nhất.

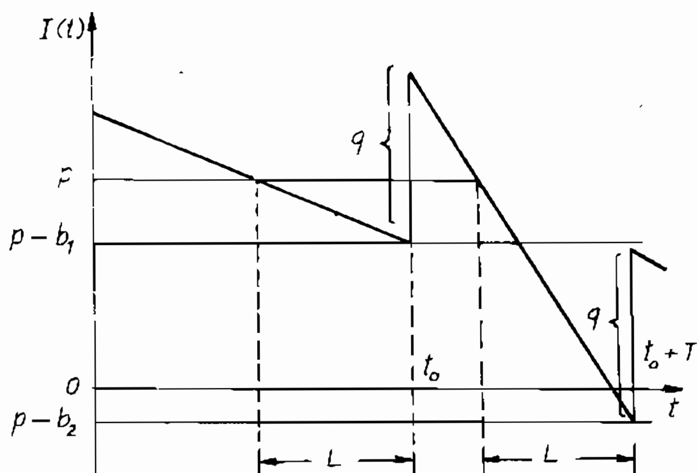
Dự trữ nhiều thì tổn thất do cất giữ lớn, dự trữ thiếu thì đình trệ sản xuất.

Ví dụ, ta có một kho để chứa và xuất hàng. Hàng đến kho ở những thời điểm gián đoạn. Sau khi đặt hàng L đơn vị thời gian thì hàng sẽ đến.

Nhu cầu về hàng tức là khối lượng hàng cần trong một đơn vị thời gian được xác định bởi các điều kiện bên ngoài kho tàng và không phụ thuộc khối lượng hàng trong kho. Khi kho làm việc thì chi phí bao gồm chi phí chuẩn bị và kết thúc công việc, giữ gìn kho tàng và những tổn hao do đắt đỏ.

Hiệu quả công việc của kho là do điều kiện làm việc của nó (nhu cầu hàng, thời gian đặt và nhận hàng về kho L, đặc điểm về chi phí trong đơn vị thời gian v.v...) và chính sách đặt hàng. Chính sách đặt hàng là xác định khối lượng hàng và thời điểm đặt hàng chẳng hạn. Ví dụ lượng hàng cần đặt là q khi lượng hàng trong kho đến mức ngưỡng p (h.3-98). Quy hoạch kho tàng trong trường hợp này là xác định chính sách đặt hàng: xác định các trị số tối

... p và q) sao cho thỏa mãn một chỉ tiêu quy hoạch tối ưu nào đó. Thông thường nhu cầu x(t) là không biết trước - là một quá trình ngẫu nhiên mà đặc tính thống kê của nó được xác định bởi các điều kiện bên ngoài (công việc của các xí nghiệp khác, tình hình thị trường v.v...)



Hình 3-98.

Chỉ tiêu quy hoạch tối ưu có thể được chọn bằng kỳ vọng toán (trị số trung bình) của tổn thất trong đơn vị thời gian. Trị số trung bình được tính khoảng thời gian $[t_0, t_0 + T]$ giữa hai lần nhập hàng. Vậy véctơ đặt hàng là:

$$\mathbf{c} = (p, q) \tag{3-237}$$

Tổn hao trong thời gian $[t_0, t_0 + T]$ mà t_0 được tính từ thời điểm hàng nhập vào kho, có dạng sau:

$$F(x, \mathbf{c}, T(x, \mathbf{c})). \tag{3-238}$$

T là thời gian giữa hai lần nhập kho, là đại lượng ngẫu nhiên. Phân bố của T tùy thuộc vào vectơ đặt hàng **c** và phân bố của x(t). Cho nên, dạng chung của chỉ tiêu quy hoạch tối ưu là:

$$J(\mathbf{c}) = M_x \{F(x, \mathbf{c}, T(x, \mathbf{c}))\}. \tag{3-239}$$

và nhiệm vụ của bài toán là chọn véctơ đặt hàng $\mathbf{c} = \mathbf{c}^*$ sao cho $J(\mathbf{c})$ đạt cực tiểu.

2. Angôrít quy hoạch tối ưu

Để dễ hiểu, ta khảo sát trường hợp cụ thể và giản đơn, đối với dạng chung (3-239).

Nhu cầu x(t) là một quá trình ngẫu nhiên, được giả thiết là dừng, có kỳ vọng toán bằng r. Hàng được nhập với khối lượng q xem như là tức khắc, thời gian chậm sau từ khi đặt đến lúc hàng đến là L; các hệ số tổn thất do

đắt đỏ: d, và lưu kho: h - xí nghiệp đã biết sau một thời kỳ hoạt động.

Để giản đơn bài toán, ta giả thiết nhu cầu x(t) có quy luật tuyến tính như ở h.3-99

$$x(t) = \frac{I(t_0) - I(t_0 + T)}{T} \qquad (3\text{-}240)$$

I(t) là lượng hàng ở thời điểm t. Và cũng để giản đơn hơn nữa bài toán ta khảo sát trường hợp các chu kỳ nhập hàng vào kho là cố định (T = const).

Như vậy (3-238) có dạng:

F(r, c), (3-241)

Hình 3-99.

ở đây c- lượng hàng cần nhập; r- lượng tiêu thụ trung bình trong chu kỳ T.

Hàm tổn thất (3-239) có dạng:

$$J(c) = \int_{R} F(r, c)\, p(r) dr = M\{F(r, c)\} \to \min_{c} \qquad (3\text{-}242)$$

p(r). là mật độ phân bố của nhu cầu, nó tồn tại nhưng không biết được. Vấn đề đặt ra là xác định lượng nhập hàng tối ưu sao cho tổn thất là bé nhất. Tổn thất bao gồm:

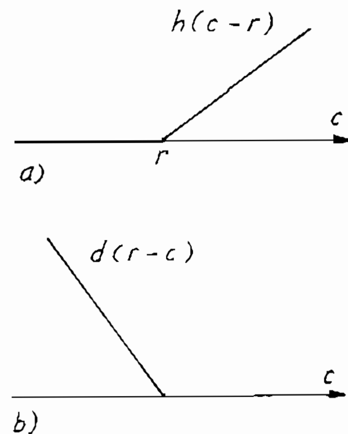
$$F(r, c) = R_1(T) + R_2(T).$$

trong đó $R_1(T)$ tổn thất thừa do nhập quá nhiều so với nhu cầu:

$$R_1(T) = \begin{cases} h(c - r) & c \geq r \\ 0 & 0 < r \end{cases}$$

$R_2(T)$- tổn thất do hàng thiếu, đình trệ sản xuất:

$$R_2(T) = \begin{cases} 0 & c \geq r \\ d(r - c) & c < r \end{cases}$$



Hình 3-100.

Như ở h.3-99, giai đoạn đầu 0 < t < T có tổn thất thiếu, giai đoạn hai:

T < t < 2T có tổn thất thừa và ở giai đoạn cuối cùng 2T < t <3T lượng hàng nhập là tối ưu.

Bây giờ (3-242) có dạng cụ thể hơn:

$$J(c) = h \int_0^c (c - r)\, p(r)dr + d\int_c^\infty (r - c)\, p(r)dr \qquad (3\text{-}243)$$

Điều kiện tối ưu:

$$\frac{dJ}{dc} = h \int_0^c p(r)dr - d \int_c^\infty p(r)dr = 0. \qquad (3\text{-}244)$$

Thêm và bớt ở biểu thức (3-244) cùng một đại lượng:

$$h\int_c^\infty p(r)\, dr, \qquad (3\text{-}245)$$

(3-244) có dạng:

$$h\int_0^c p(r)dr + h\int_c^\infty p(r)dr = d\int_c^\infty p(r)dr + h\int_c^\infty p(r)dr \qquad (3\text{-}246)$$

Từ đó rút ra:

$$h = (d + h)\int_c^\infty p(r)dr. \qquad (3\text{-}247)$$

vì:
$$\int_0^\infty p(r)dr = 1$$

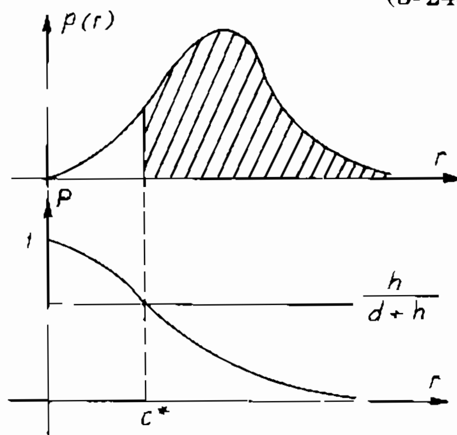
Do đó:
$$\int_c^\infty p(r)dr = \frac{h}{d + h} \qquad (3\text{-}248)$$

Nếu biết được mật độ phân bố p(r) và các hệ số h, d có thể xác định được lượng nhập tối ưu $c = c^*$.

Nếu thêm vào (3-247) dưới dấu tích phân một hàm:

$$1(r - c) = \begin{cases} 1 & r > c \\ 0 & r < c \end{cases} \qquad (3\text{-}249)$$

ta có:
$$\int_0^\infty 1(r - c)\, p(r)dr = \frac{h}{d + h} \qquad (3\text{-}250)$$



Hình 3-101.

Vế trái của (3-250) là kỳ vọng toán

của hàm (3-249). Lưu ý là (3-250) xuất phát từ điều kiện tối ưu (3-244) nên (3-250) đưa về dạng cần thiết:

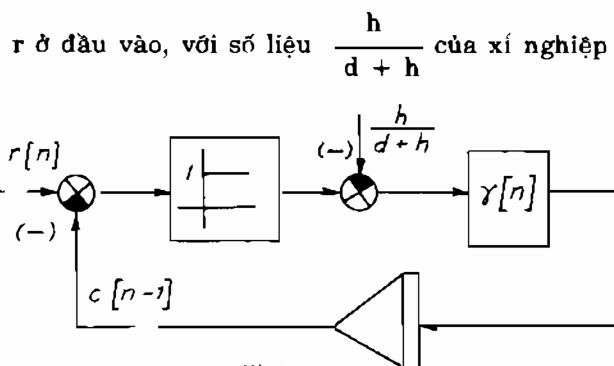
$$M\{1(r - c) - \frac{h}{d + h}\} = 0 \qquad (3\text{-}251)$$

và ta có angôrít thích nghi dạng (3-102):

$$c[n] = c[n - 1] - \gamma[n]\left\{1(r[n] - c[n - 1]) - \frac{h}{d + h}\right\} \qquad (3\text{-}252)$$

Sơ đồ khối như ở h.3-102.

Với lượng hàng tiêu thụ r ở đầu vào, với số liệu $\frac{h}{d + h}$ của xí nghiệp đã có, angôrít sẽ cho ta lượng hàng cần nhập tối ưu c* ở mỗi lần để tổn thất là nhỏ nhất. Angôrít (3-252) là trường hợp riêng của kế hoạch hóa tối ưu theo chỉ tiêu tổng quát (3-239). Ứng với chỉ tiêu tổng quát (3-239) ta có angôrít tổng quát như sau:



Hình 3-102.

$$c[n] = c[n - 1] - \gamma[n]\nabla_c F(x[n], c[n - 1], T(x[n], c[n - 1])) \qquad (3\text{-}253)$$

nếu hàm F(.) khả vi và angôrít có tín hiệu tìm:

$$c[n] = c[n - 1] - \gamma[n]\nabla_{c\pm} F(x[n], c[n - 1],$$
$$a[n]\ T(x[n], c[n - 1], a[n])) \qquad (3\text{-}254)$$

nếu không tiện xác định $\nabla_c F(.)$.

Bài toán quy hoạch trong điều kiện hạn chế như nguồn nguyên liệu, năng lượng, thời gian và không gian là những bài toán thường gặp và phức tạp khi giải quyết, phức tạp ở cách đặt vấn đề của bài toán quy hoạch và điều khiển trong điều kiện không xác định.

Kết luận

Điều khiển tối ưu và thích nghi là những vấn đề thường gặp trong khoa học kỹ thuật và đời sống.

Trong tập sách này tác giả đã hệ thống lại những vấn đề cơ bản, những vấn đề mà rất nhiều công trình, sách báo đề cập đến theo nhiều góc độ và quan điểm khác nhau.

Lý thuyết và kỹ thuật ứng dụng là hai mặt của một sự phát triển. Những năm gần đây, tốc độ phát triển nhanh như vũ bão của kỹ thuật tính đã giải quyết được nhiều vấn đề mà trước đây chỉ xem là lý thuyết đơn thuần, đồng thời có thể đặt ra những vấn đề mới đòi hỏi sự phát triển hợp tác liên ngành của nhiều lĩnh vực khác nhau.

Những vấn đề cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động luôn phát triển, trên cơ sở ấy nhiều phương hướng mới xuất hiện, nhưng bài toán về ổn định và chất lượng luôn "trẻ mãi không già" [34]

Tập sách chắc không tránh khỏi sai sót, tác giả rất cảm ơn sự giúp đỡ và góp ý của độc giả.

PHỤ LỤC

Xác định J với n = 1, 2, 3, 4, 5

$$J = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{b(p)b(-p)}{d(p)d(-p)}\,dp$$

$$b(p) = b_{n-1}p^{n-1} + b_{n-2}p^{n-2} + \ldots + b_0$$

$$d(p) = d_n p^n + d_{n-1}p^{n-1} + \ldots + d_0$$

$$J = \frac{b_0^2}{2d_0 d_1} \quad \text{với } n = 1; \quad J = \frac{b_1^2 d_0 + b_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2} \quad \text{với } n = 2$$

$$J = \frac{b_2^2 d_0 d_1 + (b_1^2 - 2b_0 b_2)d_0 d_3 + b_0^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3(-d_0 d_3 + d_1 d_2)} \quad \text{với } n = 3$$

$$J = \frac{b_3^2(-d_0^2 d_3 + d_0 d_1 d_2) + (b_2^2 - 2b_1 b_3)d_0 d_1 d_4 + (b_1^2 - 2b_0 b_2)d_0 d_3 d_4}{2d_0 d_4(-d_0 d_3^2 - d_1^2 d_4 + d_1 d_2 d_3)}$$

$$+ \frac{b_0^2(-d_1 d_4^2 + d_2 d_3 d_4)}{2d_0 d_4(-d_0 d_3^2 - d_1^2 d_4 + d_1 d_2 d_3)} \quad \text{với } n = 4$$

$$J = \frac{1}{2\Delta_5}[b_4^2 m_0 + (b_3^2 - 2b_2 b_4)m_1 + (b_2^2 - 2b_1 b_3 + 2b_0 b_4)m_2 +$$

$$+ (b_1^2 - 2b_0 b_2)m_3 + b_0^2 m_4] \quad \text{với } n = 5$$

Ở đây:

$$m_0 = \frac{1}{d_5}(d_3 m_1 - d_1 m_2);$$

$$m_1 = -d_0 d_3 + d_1 d_2;$$

$$m_2 = -d_0 d_5 + d_1 d_4;$$

$$m_3 = \frac{1}{d_0}(d_2 m_2 - d_4 m_1);$$

$$m_4 = \frac{1}{d_0}(d_2 m_3 - d_4 m_2);$$

$$\Delta_5 = d_0(d_1 m_4 - d_3 m_3 + d_5 m_4).$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Astrom K.J. & Wittemark B. "Adaptive control" Addison-Wesley. 1995.

[2] Bühler H. "Conception de systèmes automatiques" P.P.R. 1988.

[3] Bühler H. "Electronique de réglage et de commande" Dunod. Edition Géorgi - 1980

[4] Bühler H. "Réglage par mode de glissement" P.P.R. 1986.

[5] Csaki F. "Modern Control Theories". Moscow 1975.

[6] Солодовников В.В. (ред.) "Теория абтоматического управления" книга 3. Москва "Машиностроение" 1969.

[7] Cochin I. "Analysis and design of dynamic systems". Addison-Wesley. 1997

[8] Dorf C. & Bishop R.H. "Modern control systems". Addison-Wesley. 1997

[9] Dutton Ken and others. "The art of Control Engineering" Addison-Wesley 1997.

[10] Егоров К.Б. "Основы теории автоматического регулирования" Москва "Энергия" 1967.

[11] Фельдбаум А. А. "Основы оптимальных абтоматических систем" Москва. "Физмат" 1963.

[12] Фомин Я. А, Безродный Е. Ф. "Адаптивные системы контроля изделий микроэлектроники на ПЭБМ." Москва. "Стандартов" 1993.

[13] Gopal M. "Modern Control System Theory" New Delhi. 1989.

[14] Гарчинский Э. Е и др. "Адаптация в непрерывных системах автоматического поиска" Москва. "Наука" 1991

[15] Костюк В.И. "Беспоисковые градиентные самонастраивающиеся системы" Киев "Техника" 1969.

[16] Казаков И. Е. Евланов Л. Г. "О теории самонастраивающихся систем с поисковым градиентным методом вспомогательного оператора" Труды II-ой конгрессии ИФАК. Москва. "Наука" 1965.

[17] Козлов Ю.М. и Юсупов Р.М. "Беспоисковые самонастраивающиеся системы. Москва. "Наука" 1969.

[18] Кузнецова В. Л. и Раков М. А. "Самоорганизация в технических системах" Киев. "Наукова думка" 1987.

[19] Кафаров Н. "Методы кибернетики в химической технологии" Москва 1987.

[20] Красовский А. А. "Динамика самонастраивающихся систем" Москва. "Физмат" 1963.

[21] Landau I. D. "Commande adaptative" Paris "Masson" 1987.

[22] Leondes C. T. (edited) "Modern Control Systems Theory" Mc Graw Hill" New York 1970.

[23] Miroslav K., Kokotovic P., Kanellakopoulos I. "Nonlinear and Adaptive Control Design" New-York 1995.

[24] Naslin P. "Introduction à la commande optimale" - Paris. "Dunod" 1966.

[25] Naslin P. "Technologie et calcul pratique des systèmes asservis." Paris. "Dunod" 1968.

[26] Naslin P. "Théorie de la commande et conduite optimale" Paris. "Dunod" 1969.

[27] Nguyen Thuong Ngo. "Application de la méthode de planification des expériences pour identifier des systèmes et dimentionner les régulateurs" Proceedings du 1e seminaire national. Algérie 1992.

[28] Nguyễn Thương Ngô, Hồ Phương Dung. "Chỉnh định thông số tối ưu của bộ điều chỉnh khi đối tượng chưa xác định"
The Second Vietnam Conference on Automation. Hanoi - 1996

[29] Nguyen Thuong Ngo, Boudries Z. "Un système de regulation adaptative pour le fourneau solaire" Proceedings du 1e séminaire national Algérie. 1992.

[30] Nguyen Thuong Ngo. "Sensitivity of Automatic Control Systems" System Sensitivity Analysis. Edited by José B. Cruz Illinois - USA - 1973.

[31] Нгуен Тхыонг Нго "Чувствительность систем автоматического управления" (обзор) А и Т Москва - АНСССР No5 - 1971.

[32] Netushil A. V. "Theory of Automatic Control" Mir publishers. Moscow.

[33] Пугачев В.С. (ред.) "Основы автоматического управления" Москва. "Наука" 1968.

[34] Tsipkin Ya Z. "Adaptation and Learning in Automatic Systems" Moscow. 1968.

[35] Zypkin Ia S. "Grundlagen der Theorie lernender Systeme". Veb Verlag Technik" Berlin 1971.

[36] Воронов А. А. "Основы многосвязных и адаптивных систем" Ленинград "Энергия 1970.

[37] Растричин А. "Системы экстремального управления" Москва "Наука" 1974.

QS20

Giá: 23.000đ